PRUEBA DE ACCESO

A CICLOS FORMATIVOS

DE GRADO SUPERIOR

MATEMÁTICAS

PRUEBA DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR
CONTENIDOS DE MATEMÁTICAS

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

– Números reales. Recta real. Valor absoluto. Subconjuntos de números reales: intervalos.

– Notación científica: representación y cálculo.

– Uso de la calculadora científica.

– Polinomios: concepto y valor numérico. Operaciones con polinomios. Descomposición de polinomios en factores: aplicación a la resolución de ecuaciones de tercer y cuarto grado con raíces enteras. Simplificación y operaciones con expresiones fraccionarias sencillas.

– Ecuaciones de primer y segundo grado: interpretación gráfica y aplicación a la resolución de problemas. Ecuaciones irracionales.

– Sistemas de ecuaciones lineales con 2 ó 3 incógnitas: tipos de sistemas. Aplicación a la resolución de problemas.

GEOMETRÍA

– Unidades de medida de ángulos: radianes y grados sexagesimales. Razones trigonométricas de un ángulo. Relaciones fundamentales entre razones trigonométricas. Resolución de problemas aplicando las fórmulas trigonométricas.

– Geometría analítica del plano. Representación de puntos y rectas. Distancia entre dos puntos. Recta que pasa por dos puntos. Punto medio de un segmento. Punto de intersección de dos rectas. Paralelismo y perpendicularidad entre rectas. Resolución de problemas aplicando conceptos y principios de geometría analítica.

FUNCIONES

– Funciones reales de variable real: expresión algebraica, gráfica y en forma de tablas. Interpretación de fenómenos sociales y naturales descritos por funciones sencillas. Dominio de una función.

– Operaciones con funciones: suma, resta, producto, división por un escalar y composición. Intersección de funciones.

– Definición, propiedades y gráficas de las funciones elementales. Funciones lineales y cuadráticas. Funciones parte entera y valor absoluto. Funciones exponenciales y racionales sencillas. Funciones definidas a trozos.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

– Parámetros estadísticos de una población: media, varianza y desviación típica.

– Distribuciones estadísticas bidimensionales: diagrama de dispersión. Relaciones entre dos variables estadísticas: covarianza y coeficiente de correlación lineal. Recta de regresión.

– Experimentos aleatorios. Sucesos. Regla de Laplace. Probabilidad compuesta y condicionada. Independencia de sucesos. Teorema de la probabilidad total.

EXÁMENES

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación y Ciencia

Dirección General de Centros
y Formación Profesional

DATOS DEL ASPIRANTE	CALIFICACIÓN
Apellidos: ______	APTO ☐
Nombre: ______ DNI: ______	NO APTO ☐
I.E.S. ______	

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR
Convocatoria de 24 de junio de 2003 (Orden de 30 de enero de 2003, BOA de 17/02/2003)

FORMACIÓN PROFESIONAL ESPECÍFICA, TÉCNICOS DEPORTIVOS SUPERIORES Y ENSEÑANZAS DEPORTIVAS DE NIVEL III (Reguladas por O.M. 3310/2003)

PARTE GENERAL: TODAS LAS OPCIONES

MATEMÁTICAS

1.- Resolver gráfica y analíticamente el siguiente sistema de ecuaciones:

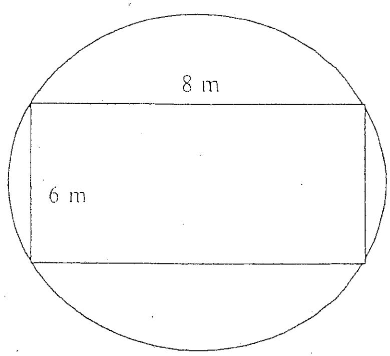
$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 6x + 5 \\ y = -x + 1 \end{array}\right\}$$

2.- Los amigos de una peña van a disfrazarse con pelucas. Las pelucas son de pelo rubio, moreno o castaño. En total hay 203 pelucas. Entre las de pelo moreno y castaño hay 127 pelucas y hay 105 pelucas contando las de pelo rubio y castaño. ¿Cuántas pelucas que hay de cada tipo?

DATOS DEL ASPIRANTE	CALIFICACIÓN
Apellidos: ______	APTO ☐
Nombre: ______ DNI: ______	
I.E.S. ______	NO APTO ☐

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR
Convocatoria de 24 de junio de 2003 (Orden de 30 de enero de 2003, BOA de 17/02/2003)

3.- Juan tiene construida su casa en el rectángulo de la figura y quiere que la zona rayada sea su jardín. Sabiendo que las dimensiones del rectángulo son 6 y 8 metros, hallar la superficie del jardín.



4.- Expresar todos los números como potencias de la misma base y hallar el valor de x:

$$x = \frac{(0,1)^2 \cdot 10000}{10^{-3}}$$

CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

Cada uno de los ejercicios se califica sobre **2,5 puntos**.

Se permite la utilización de calculadora no programable.

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación, Cultura y Deporte

Dirección General de
Formación Profesional y
Educación Permanente

DATOS DEL ASPIRANTE		CALIFICACIÓN	
Apellidos: ______________________		APTO	☐
Nombre: ______________	DNI: __________		
I.E.S. ______________________		NO APTO	☐

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Convocatoria de 23 de junio de 2004 (Orden de 12 de febrero de 2004, BOA de 03/03/2004)

PARTE GENERAL. TODAS LAS OPCIONES. EJERCICIO DE MATEMÁTICAS

1) Sabiendo que la $tg\alpha = 2$ y que $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Calcular las restantes razones trigonométricas de α y las del ángulo doble (2α).

2) Un granjero dispone de 144 metros de valla para hacer un corral rectangular. ¿Qué medidas deberá tener el corral para que el área sea máxima?

3) Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 3x+2y+5z-\lambda=2 \\ 2x-y-z+\lambda=3 \\ x+y+3z-2\lambda=4 \end{array}\right\}$$

4) Para curar una enfermedad ocular se ha aplicado un nuevo tratamiento a una serie de pacientes, obteniéndose los siguientes resultados:

	CURADOS	NO CURADOS	TOTALES
TRATAMIENTO NUEVO	68	32	100
TRATAMIENTO ANTIGUO	56	44	100
	124	76	200

Eligiendo un paciente al azar, calcular la probabilidad de que:

a) Se haya curado.
b) Se haya curado con el tratamiento nuevo.
c) Se haya curado con el tratamiento antiguo.
d) No se haya curado con el tratamiento nuevo.

5) La siguiente tabla muestra las alturas y los pesos de cinco individuos elegidos al azar en una clase de bachillerato:

Altura (cm)	166	172	160	171	176
Peso (Kg)	58	80	55	73	73

a) Calcular la media de cada distribución
b) Calcular la recta de regresión de x sobre y
c) Hallar el peso estimado de un individuo que mida 180 cm.

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: La calificación de cada ejercicio será de 0 a 2 puntos. Se valorará el planteamiento de la resolución, el razonamiento matemático y la solución numérica, así como la claridad de exposición y presentación. Se puede utilizar calculadora

DATOS DEL ASPIRANTE	CALIFICACIÓN
Apellidos: ______	APTO ☐
Nombre: ______ DNI: ______	NO APTO ☐
I.E.S. ______	

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Convocatoria de 23 de junio de 2005 (Orden de 18 de febrero de 2005, BOA de 05/03/2005)

EJERCICIO DE MATEMÁTICAS

1. En una heladería, por un helado, dos zumos y 4 batidos nos cobraron 35 euros. Otro día, por 4 helados, 4 zumos y un batido nos cobraron 34 euros. Un tercer día por 2 helados, 3 zumos y 4 batidos 42 euros. ¿Cuál es el precio de cada uno?

2. En un cierto Instituto de Enseñanza hay un total de 100 alumnos de los cuales: 40 son varones, 30 usan gafas, y 16 son varones y usan gafas.
Halla:
   a) la probabilidad de ser mujer y no usar gafas.
   b) la probabilidad de ser mujer o no usar gafas.
   c) Si sabemos que el alumno seleccionado no usa gafas ¿Qué probabilidad hay de que sea varón?

3. Dada la recta que pasa por los puntos (1, 1) y (-1, 2), calcular la ecuación de las rectas perpendicular y paralela que pasan por el origen.

4. Representar gráficamente la función $f(x) = \dfrac{5}{x+3}$

5. Resolver las siguientes ecuaciones:
   a) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$
   b) $3\,\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha + \cos\alpha = 0$

Criterios de calificación

Las preguntas 1, 2, 3 y 4 se calificarán hasta un máximo de 2 puntos.
Las preguntas 5 a) y 5 b) se calificarán hasta un máximo de 1 punto cada una.

DATOS DEL ASPIRANTE	CALIFICACIÓN
Apellidos: ______	APTO ☐
Nombre: ______ DNI: ______	NO APTO ☐
I.E.S. ______	

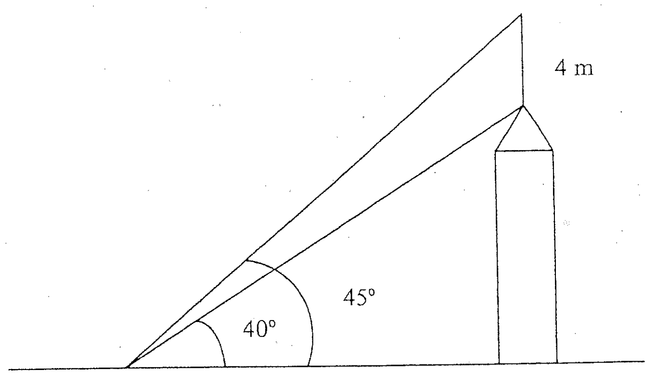
PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Convocatoria de 22 de junio de 2006 (Orden de 2 de febrero de 2006, BOA de 17/02/2006)

PARTE GENERAL: MATEMÁTICAS

1. Dadas las funciones $f(x) = 2x - 3$ y $g(x) = \dfrac{1}{x-2}$ calcular los puntos de intersección entre ellas.

2. En una torre de una iglesia hay instalado un pararrayos de 4 metros de altura en la parte superior del tejado. Para medir la altura de la torre desde un punto se mide el ángulo de la visual hasta la base del pararrayos, siendo un ángulo de 40º. Posteriormente se mide el ángulo de la visual a la parte superior del pararrayos, siendo un ángulo de 45º. ¿Cuánto mide la torre?.¿A que distancia nos encontramos de la vertical del pararrayos?.



3. Dados los puntos A(0, 2) y B(4,-2). Hallar la recta que pasa por ambos puntos.
Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento AB. *(La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio)*

4. En un circo hay 11 animales carnívoros entre tigres, leones y panteras. Se sabe que cada león come tres kilos de carne al día, que cada tigre come dos kilos al día y cada pantera también dos kilos. Si en total se necesitan 25 kilos de carne al día y se sabe que el número de panteras es el triple que el número de tigres. ¿Cuántos leones, panteras y tigres hay?.

5. Un profesor de matemáticas pregunta a 6 alumnos el número de horas que estudian diariamente y anota la calificación que ha obtenido cada uno de ellos, obteniendo los siguientes resultados:

X (horas de estudio)	1	3	4	2	1	0
Y (calificación)	4	8	9	6	5	2

a. Calcular las medias y desviaciones típicas marginales
b. Calcular el coeficiente de correlación e interpretarlo.

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Cada una de las cinco preguntas se puntuará hasta un máximo de 2 puntos.

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación, Cultura y Deporte

Dirección General de Formación Profesional y Educación Permanente

DATOS DEL ASPIRANTE	CALIFICACIÓN
Apellidos: ______________________________	
Nombre: ____________________ DNI: ____________________	______________
I.E.S. ______________________________	(Numérica de 0 a 10)

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

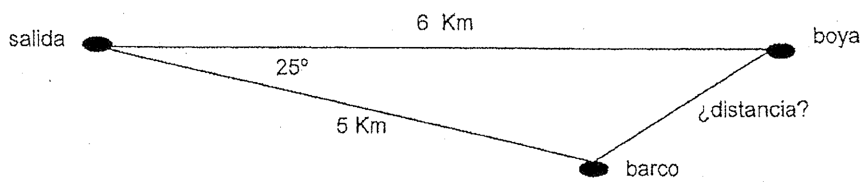
Convocatoria de 21 de junio de 2007 (Orden de 26 de febrero de 2007, BOA de 14/03/2007)

PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

1. Resolver la siguiente ecuación realizando la descomposición del polinomio mediante la regla de Ruffini:
$$x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 20x - 24 = 0$$

2. Juan, Pedro y Luis salen un domingo por la tarde. Entre los tres tienen 24 euros. Se sabe que si Pedro le da 2 euros a Juan ambos tendrían el mismo dinero. También se sabe que si Luis le da 2 euros a Pedro entonces Pedro tendría el doble de dinero que Luis. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

3. Entre la salida y la primera boya de una regata de vela hay 6 kilómetros. Un barco decide, para aprovechar mejor el viento, seguir una dirección que forma 25º con la recta que une la salida y la boya. Después de recorrer 5 kilómetros en esa dirección, ¿a qué distancia está de la boya?



4. Dadas las funciones f(x) = 3 ; g(x) = – x + 2 y h(x) = 2x – 7 representarlas gráficamente en los mismos ejes de coordenadas.
Calcular las coordenadas de los vértices del triángulo que forman las tres rectas
Calcular el perímetro y el área del triángulo.

5. Un fabricante de lavadoras realiza un estudio del tiempo que tardan sus productos en tener la primera avería y observa que sigue una distribución normal de media 72 meses y desviación típica 20. N (72,20)
a) ¿Qué porcentaje de lavadoras se estropeará antes de 84 meses?
b) ¿Qué porcentaje de lavadoras se estropeará antes de 60 meses?
c) ¿Qué porcentaje de lavadoras se estropearán entre los 60 y los 84 meses?
(Se sabe que si Z es una variable de distribución N (0, 1), entonces P(Z<0,6)=0,7257)

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- El aspirante deberá **resolver cuatro de los cinco ejercicios propuestos**, si se intentaran total o parcialmente todos y no se indica cuál es el no válido se corregirán los cuatro primeros.
- La valoración total de la prueba es de 10 puntos, la calificación de cada ejercicio será de 0 a 2,5 puntos.
- Se valorará el planteamiento de la resolución, el razonamiento matemático y la solución numérica, así como la claridad de exposición y presentación.
- Se puede utilizar calculadora, no equipos programables.

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación, Cultura y Deporte

Dirección General de Formación Profesional y Educación Permanente

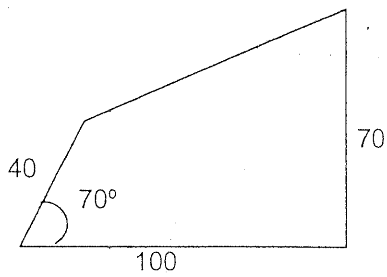
DATOS DEL ASPIRANTE	CALIFICACIÓN
Apellidos: ______	
Nombre: ______ DNI: ______	______
I.E.S. ______	(Numérica de 0 a 10)

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Convocatoria de 19 de junio de 2008 (Orden de 19 de febrero de 2008, BOA de 7/03/2008)

PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

1.- Una empresa agraria nos solicita un trabajo: se desea vallar un terreno para cultivar alfalfa y para ello nos aporta el siguiente croquis con las cotas en metros,



a) ¿Cuánto costará la valla si el presupuesto es de 3 euros/m?

b) ¿Qué superficie tiene el terreno?

2.- En la empresa Plásticos "Plasta" se producen tres tipos de productos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de granza de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos de granza, para cada garrafa 100 gramos y para cada bidón 1 kg. El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo en las máquinas, se producen en total 52 productos cada hora. ¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?.

3.- Se tienen los puntos A (-1, 6) , B (2, 0) y C (4, 5) que son los vértices de un triángulo:

a) Calcula la distancia entre A y B

b) Halla la ecuación de la recta que pasa por A y B

c) Halla la ecuación de la recta que pasa por C y es perpendicular a la que recta que pasa por A y B.

4.- Se tiene la función $f(x)=\begin{cases} -x-3 & si\ x\le 0 \\ -x^2+4x-3 & si\ x>0 \end{cases}$

a) Representa gráficamente la función

b) Calcula la intersección de la función f(x) con la función g(x) = x – 7

5.- En una fábrica de transformación agrícola se comercializa tomate frito. Por motivos de manipulación los tomates que se pueden utilizar tienen que tener unas medidas entre 6 y 15 cm de diámetro. Si se sabe que los tomates que entran en la fábrica siguen una distribución normal de media 10 cm y desviación típica 4 cm.

a) Qué porcentaje de tomates son mayores de 15 cm y se tienen que desechar?

b) Qué porcentaje de tomates son menores de 6 cm y se tienen que desechar?

c) ¿Qué porcentaje de tomates se pueden manipular en la fábrica?

(Se sabe que si Z es una variable de distribución N (0, 1), entonces P(Z<1,25)=0,8944 y P(Z<1)=0,8413)

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- El aspirante deberá <u>resolver cuatro de los cinco ejercicios propuestos</u>, si se intentaran total o parcialmente todos y no se indica cuál es el no válido se corregirán los cuatro primeros.
- La valoración total de la prueba es de 10 puntos, la calificación de cada ejercicio será de 0 a 2,5 puntos.
- Se valorará el planteamiento de la resolución, el razonamiento matemático y la solución numérica, así como la claridad de exposición y presentación.
- Se puede utilizar calculadora, no equipos programables.

DATOS DEL ASPIRANTE	CALIFICACIÓN
Apellidos: ______	
Nombre: ______ DNI: ______	______
I.E.S. ______	Numérica de 0 a 10, con dos decimales

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Convocatoria de 19 de junio de 2009 (Orden de 8 de abril de 2009, BOA de 13/04/2009)

PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

1.- Una empresa de transportes gestiona una flota de 60 camiones de tres modelos diferentes. Los mayores transportan una media diaria de 15000 kg y recorren diariamente una media de 400 kilómetros. Los medianos transportan diariamente una media de 10000 kilógramos y recorren 300 kilómetros. Los pequeños transportan diariamente 5000 kilógramos y recorren 100 kilómetros de media. Diariamente los camiones de la empresa transportan un total de 475 toneladas y recorren 12500 kilómetros entre todos. ¿Cuántos camiones gestiona la empresa de cada modelo?.

2.- En una deshidratadora de alfalfa se tiene que instalar una cintra transportadora que eleve la alfalfa una altura de 12 metros. El comercial nos explica que el ángulo entre la cinta y el suelo que permite un funcionamiento óptimo es de 35º.

a) Calcular la longitud de la cinta transportadora que necesitamos.
b) Si entre el principio y el final se necesitan instalar dos soportes verticales de forma que la cinta quede dividida en tres tramos iguales ¿qué altura tienen que tener?.

3.- Un entrenador de atletismo intenta mejorar los resultados de un saltador de longitud. En el salto determina que el saltador describe una parábola de la forma $y = x - 0'2 \cdot x^2$. Siendo la coordenada **y** la altura del salto y la coordenada **x** la longitud del salto:

a) Dibuja la parábola que describe el saltador.
b) ¿Cuál será la máxima altura que alcanzará el saltador?.
c) ¿Cuál será la distancia que alcanzará?.

4.- En un plano observamos dos colinas que están situadas en los puntos de coordenadas P(3,5) y Q(9, -1). Entre las dos colinas se quiere tender una línea de alta tensión.

a) Calcular la distancia en el plano entre las dos colinas.
b) Hallar la ecuación de la recta que representa la línea de alta tensión.
c) Calcular el punto de corte con una carretera que se representa como una recta de ecuación $y = 4x - 3$.
d) Hallar la ecuación de una tubería que cruza perpendicularmente por el punto medio entre las dos colinas.

5.- Un instalador de alarmas explica a un cliente que la probabilidad de que la alarma que está instalando funcione correctamente es de un 90%. El cliente no se queda satisfecho y desea instalar, además del anterior, otro sistema con una fiabilidad del 95%. Si entra un ladrón:

a) ¿Qué probabilidad hay de que las dos alarmas funcionen correctamente?
b) ¿Qué probabilidad hay de que funcione correctamente alguna de las dos alarmas.
c) ¿Qué probabilidad hay de que no funcionen ninguna de las dos alarmas?.

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- La valoración total de la prueba es de 10 puntos, la calificación de cada ejercicio será de 0 a 2 puntos.
- Se valorará el planteamiento de la resolución, el razonamiento matemático y la solución numérica, así como la claridad de exposición y presentación.
- Se puede utilizar calculadora, no equipos programables.

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación, Cultura y Deporte

Dirección General de Formación Profesional
y Educación Permanente

DATOS DEL ASPIRANTE		CALIFICACIÓN
Apellidos: ______________________		
Nombre: ______________	DNI: ______________	______________
I.E.S. ______________________		Numérica de 0 a 10, con dos decimales

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

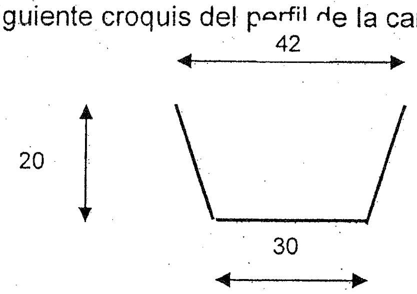
Convocatoria de 22 y 23 de junio de 2010 (Resolución de 12 de febrero de 2010, BOA 04/03/2010)

PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

1.- En una explotación agraria se cultiva trigo, cebada y maíz disponiendo en total de 90 hectáreas cultivables. Se sabe que las necesidades de un tipo de fertilizante por hectárea son: 200 Kg/ha para el caso del trigo, 100 kg/ha para el caso de la cebada y 300 kg/ha para el caso del maíz. En total se dispone de 19000 kg de dicho fertilizante. Por último se desea sembrar el doble de superficie de maíz que de trigo.

¿Cuánta superficie se tiene que dedicar a cada cultivo?

2.- En una empresa metálica se solicita un encargo de 300 metros de un canal para riego, para ello nos aportan el siguiente croquis del perfil de la canal con las cotas en centímetros.



a) ¿Qué ángulo hay entre las paredes verticales y horizontales?

b) Si el coste del metro cuadrado de chapa es de 4 euros. ¿Cuál es el presupuesto del encargo?

3.- Se tienen las funciones:

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$g(x) = \frac{1}{x-2}$$

a) Calcular analíticamente los puntos de corte de las dos funciones.

b) Representar gráficamente la función g(x)

4. El departamento de marketing de una empresa desea saber si existe una relación entre el gasto en publicidad y la facturación. Para ello recoge ambos datos, en miles de euros, durante 6 meses

Gasto en publicidad	4	3	5	2	1	6
Facturación	70	60	90	30	20	90

a) Calcular las medias y desviaciones típicas marginales
b) Calcular el coeficiente de correlación e interpretarlo

5.- Una importante multinacional fabrica el mismo modelo de televisión en dos de sus fábricas. En la fábrica A se producen el 60% del total y en la fábrica B el resto. En el control de calidad se comprueba que de la fábrica A el 5% de las televisiones sale defectuosa de fábrica y que en la fábrica B salen defectuosas el 10%.

Si un cliente compra un televisor de dicho modelo:

a) ¿Qué probabilidad hay de que esté producido en la fábrica A y sea defectuoso?
b) ¿Qué probabilidad hay de que no sea defectuoso?
c) ¿Qué probabilidad hay de que sea defectuoso?

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN:

- La valoración total de la prueba es de 10 puntos, la calificación de cada ejercicio será de 0 a 2 puntos.
- Se valorará el planteamiento de la resolución, el razonamiento matemático y la solución numérica, así como la claridad de exposición y presentación.
- Se puede utilizar calculadora, no equipos programables.

DATOS DEL ASPIRANTE	CALIFICACIÓN
Apellidos: ______	
Nombre: ______ DNI: ______	______
I.E.S. ______	Numérica de 0 a 10, con dos decimales

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Convocatoria de 22 y 23 de junio de 2011 (Resolución de 3 de marzo de 2011, BOA 15/03/2011)

PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

1.- Un hotel dispone de 65 habitaciones de tres categorías: Estándar, Premium y Luxe. La noche para dos personas en la estándar cuesta 50 euros, en la premium 100 euros y la noche en las de categoría Luxe 150 euros. Se sabe que hay el triple de habitaciones de categoría estándar que de categoría Premium. Si en un día en que están todas las habitaciones del hotel ocupadas se recauda el mismo dinero con las habitaciones de categoría estándar que con todas las otras juntas, ¿cuántas habitaciones hay de cada categoría?

2.- En un trabajo forestal se tiene que hacer un cortafuegos entre los puntos de coordenadas A(-3,4) y B(2,-1). Las medidas están en hm. Calcular:

a) la distancia entre los puntos

b) la ecuación de la recta que representa el cortafuegos

c) la ecuación de otro cortafuegos, también recto, perpendicular al anterior si se sabe que se cruzan en el punto medio entre A y B.

3.- En un laboratorio agrario se investiga la relación entre la dosis de un tipo de abono y el rendimiento obtenido de maíz. Se sabe que la función que relaciona la cantidad de abono y el incremento de la producción es $f(x) = 2x - 0{,}2x^2$ si $x <= 10$, siendo:

x la cantidad abono en g/m^2

f(x) el incremento de producción en Tm/ha

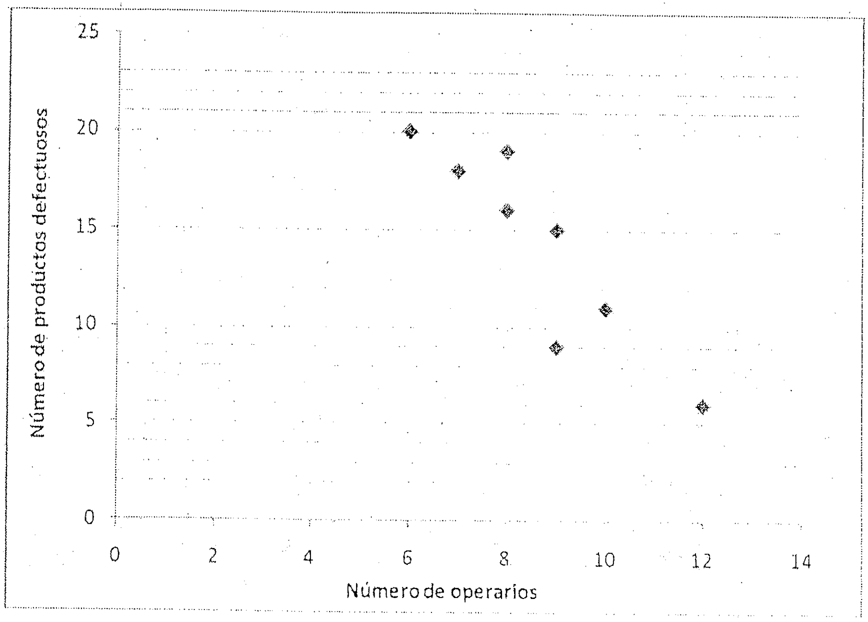
a) Representa la función f(x)

b) Si se suministran 4 mg de abono por cada metro cuadrado de terreno, ¿qué incremento de producción se obtendría?

c) ¿Cuál será la cantidad de abono necesaria para obtener el máximo incremento en la producción?

d) ¿Cuántos kg de abono se necesitan para obtener el máximo incremento de la producción en un terreno de 4 hectáreas? $1 \text{ ha} = 10000 \text{ m}^2$

4.- En un departamento de control de calidad se desea estudiar si existe relación entre el número de productos desechados cada día con los operarios trabajando ese día en la línea de producción. Para ello se recogen los datos de ambas variables a lo largo de 8 días. Los datos se muestran en el siguiente diagrama de puntos:



a) Calcular las medias y desviaciones típicas marginales
b) Calcular el coeficiente de correlación e interpretarlo

5.- En un centro de educación infantil se deja elegir a 3 niños al azar entre los colores rojo, verde, amarillo y azul.

a) Calcular la probabilidad de que todos hayan elegido el rojo
b) Calcular la probabilidad de que ninguno haya elegido el verde
c) Calcular la probabilidad de que alguno haya elegido el rojo
d) Calcular la probabilidad de que todos hayan elegido el mismo color

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN:

- La valoración total de la prueba es de 10 puntos, la calificación de cada ejercicio será de 0 a 2 puntos.
- Se valorará el planteamiento de la resolución, el razonamiento matemático y la solución numérica, así como la claridad de exposición y presentación.
- Se puede utilizar calculadora, no equipos programables.

Apellidos: ____

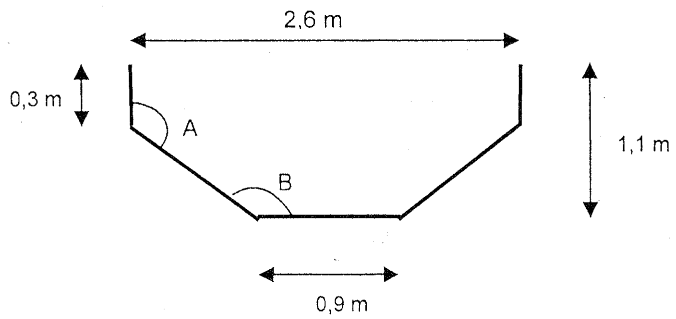
Nombre: ____________________ **DNI:** ______________

Aula : ____

PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

1.- En un hotel compran 800 bombillas anuales de 3 precios diferentes: 5 euros, 8 euros y 12 euros. Si el gasto en bombillas en un año concreto ha sido de 5900 euros y se sabe que se han comprado el doble de bombillas de 5 euros que de 12 euros, ¿cuántas bombillas de cada precio se han comprado ese año?

2.- El croquis representa una canalización de hormigón de 1,1 metros de profundidad y una anchura total de 2,6 metros. La canalización es simétrica, la parte recta vertical mide 0,3 metros y en la parte inferior la anchura es de 0,9 metros. ¿Calcular los ángulos A y B?



3.- Una línea de alta tensión recta se representa por la ecuación $y = 3x - 6$. Si se tiene un campo representado por la función $f(x) = x^2 - 4$

a) Representa la línea de alta tensión y el campo en los mismos ejes de coordenadas.

b) Calcular analíticamente los puntos de corte entre la línea de alta tensión y el campo

4.- Para realizar un estudio estadístico sobre la relación entre el consumo de alcohol y la realización de deporte se pregunta a 8 personas el número de días a la semana que consumen alcohol y el número de días a la semana que hacen deporte. Los datos obtenidos son los siguientes:

Nº días que consumen alcohol	0	1	2	3	0	3	2	1
Nº días que hacen deporte	5	3	1	0	3	1	2	4

a) Representa la serie en un diagrama de puntos
b) Calcular el coeficiente de correlación e interpretarlo

5.- En una guardería hay 12 niños nacidos en 2010, 15 nacidos en 2009 y 23 nacidos en 2008. Si se eligen al azar tres niños de la guardería calcular

a) La probabilidad de que los tres hayan nacido en 2009
b) La probabilidad de que ninguno haya nacido en 2008
c) La probabilidad de que alguno haya nacido en 2010

DATOS DEL ASPIRANTE		CALIFICACIÓN
Apellidos: ______________________		
Nombre: ______________	DNI: ____________	____________
I.E.S. ______________________		Numérica de 0 a 10, con dos decimales

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Convocatoria de 18 y 19 de junio de 2012 (Resolución de 21 de marzo de 2012, BOA 09/04/2012)

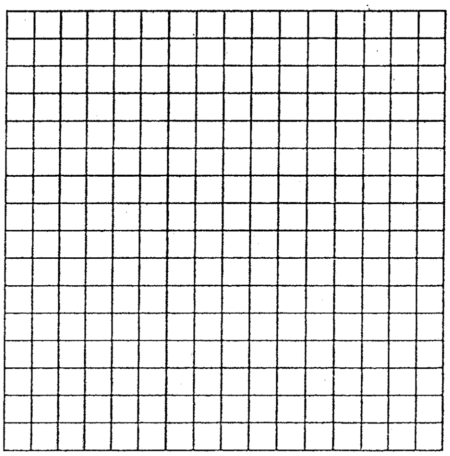
PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

NOTA: Se permite el uso de calculadora estándar.
VALOR DE CADA EJERCICIO: 2 PUNTOS.

1. Los 27 alumnos de una clase forman tres grupos para realizar una actividad: A, B y C. El número de alumnos del grupo A es uno menos que el de los grupos B y C reunidos. Además, en el grupo B hay la mitad de alumnos que en los otros dos grupos juntos. Plantea y resuelve un sistema de ecuaciones para averiguar cuántos alumnos forman cada grupo.

2. Dados los puntos A, B y P de coordenadas A(-3, 2), B(1, -1) y P(1, 4), calcula:
a) La ecuación de la recta *r* que pasa por A y B.
b) La ecuación de la recta *s* perpendicular a la anterior y que pasa por el punto P.
c) El perímetro del triángulo formado por los puntos A, B y P.

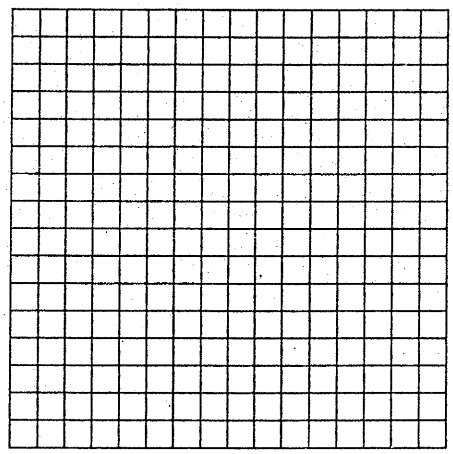
3. Dadas las funciones $f(x) = 2x + 6$ y $g(x) = x^2 + 2x - 3$
a) Calcula analíticamente sus puntos de corte.
b) Representa gráficamente la función g(x).



4. La siguiente tabla muestra las temperaturas máximas diarias registradas en dos estaciones meteorológicas próximas a lo largo de una semana:

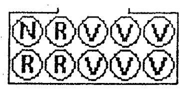
	Temperaturas máximas (ºC)						
	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
Estación A	5	5	4	9	12	12	10
Estación B	3	4	6	10	11	13	13

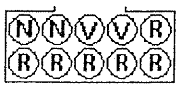
a) Calcula el coeficiente de correlación ¿Cómo interpretas el valor obtenido?
b) Representa la distribución mediante una nube de puntos. Traza a ojo la recta de regresión y utilízala para estimar la temperatura en la estación B cuando la temperatura registrada en A sea igual a 8º C.



5. Tenemos dos urnas con bolas **N**egras, **R**ojas y **V**erdes. Se lanza un dado. Si el resultado del lanzamiento es 1 o 2, sacamos una bola de la urna A; en otro caso, sacamos una bola de la urna B. Hallar:

a) La probabilidad de sacar una bola roja.
b) La probabilidad de sacar una bola que no sea verde.

A


B


Tema 1

ARITMÉTICA

18) $\left[6(4-1):(8-2)\right].\left[(8-4+3)(7-3)-25\right]=9$

19) $-\left[(9-5):(7-5)\right].\left[(4-3+2)(7-2)-5\right]=-20$

20) $-3+5\left[(-4)(5-2+3)-(-2)(6-5+4)\right]=-73$

21) $\left[(12-8):(15-13)-3\right]-\left[5-7(3-3(4-2)+6)\right]=15$

22) $-3-5\left[5(12+7(4-8)+3)-7(10-5(6-3)-4)\right]=7$

23) $\left[8(6-3):(8-2)\right]+(8-4)-\left[(3-9):(4-7)\right]=6$

24) $-\left[5-(2+3-8)+(-9+3)\right]-\left[(5-8)+(4-9)\right]=6$

25) $-\left[4-(6+2-5)+(7+2)\right]-4\left[2(4-3+1)-2(5-2+1)\right]=6$

26) $-\left[(7-4):(9-8)\right].\left[(3-4+5)(6-8+3)-6\right]=6$

27) $\left[(13-5):(6-4)-3\right]-\left[7-4(3-(5-2)-2)\right]=-14$

28) $\left[8:(6-2)-3(4-5)\right]:\left[7+3-4(7-5)+4-1\right]=1$

29) $-3.\left[5-(9-5+2):(7-4)\right]:\left[(7-5)(9-4)-1\right]=-1$

30) $\left[(14-4):(6-1)+4(2-4)\right]:\left[(6-4(3-1)+7)(8-5)-13\right]=-3$

6) $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\left[1-\frac{1}{5}\right]=\frac{13}{75}$

7) $\left[\frac{3}{4}.\frac{8}{9}\right]-\left[\frac{5}{12}.\frac{4}{3}\right]=\frac{1}{9}$

8) $\frac{2}{9}-\frac{1}{3}.\left[\frac{2}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right]=-\frac{1}{45}$

9) $\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\left[\frac{1}{3}-\frac{2}{5}\right]=\frac{13}{60}$

10) $\frac{1}{3}-\frac{2}{5}\left[\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right]=\frac{1}{10}$

16) $\frac{2}{3}-\frac{4}{3}.\left[2-\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\right]=-\frac{98}{45}$

17) $\left[1+\frac{2}{5}\right]-\left[2-\frac{2}{3}\right].\left[4-\frac{9}{2}\right]=\frac{31}{15}$

18) $\frac{1}{3}+\frac{7}{9}.\left[\frac{2}{5}-\frac{4}{3}.\left[1-2+\frac{1}{4}\right]\right]=\frac{64}{45}$

19) $\left[\frac{2}{5}-\frac{1}{4}:\left[1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right]\right].\left[3-\frac{2}{5}\right]=\frac{13}{50}$

20) $\frac{1}{3}.\left[\frac{4}{5}-\left[1-\frac{2}{3}\right]:\left[2+\frac{1}{5}\right]\right]=\frac{107}{495}$

13) $2-\frac{7}{2}:\left[3-\frac{1}{3}\cdot\left[2+\frac{1}{5}\right]\right]=\frac{31}{68}$

14) $\left[\left[7-\frac{2}{3}\right]:\left[4-\left[3-\frac{1}{2}\right]:\left[1+\frac{2}{3}\right]\right]\right]:\frac{19}{5}=\frac{2}{3}$

15) $\left[2:\left[\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right]\right]:\left[4:\left[\frac{1}{5}-2\right]\right]=18$

16) $\dfrac{2-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}}:\dfrac{\frac{4}{5}+1}{2-\frac{3}{4}}=\dfrac{125}{162}$

17) $\dfrac{2-\frac{1}{3}}{4-\frac{1}{5}}:\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}}=\dfrac{75}{19}$

18) $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}{2-\frac{1}{3}}:\dfrac{2-\frac{4}{3}}{1+\frac{2}{3}}=\dfrac{11}{20}$

19) $\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{2-\frac{1}{2}}:\dfrac{2-\frac{3}{4}}{1+\frac{1}{2}}=\dfrac{7}{15}$

20) $\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{6}}:\dfrac{3-\frac{1}{5}}{2+\frac{2}{3}}=\dfrac{10}{147}$

a) $\left[\dfrac{3^3\cdot5^2}{30^2}\right]^{-2}=\dfrac{2^4}{3^2}$

b) $\left[\dfrac{3^3\cdot2^3}{12^2}\right]^{-2}=\dfrac{2^2}{3^2}$

c) $\dfrac{\left[\left[\frac{-2}{3}\right]^3\cdot\left[\frac{-2}{3}\right]^2\right]^4}{\left[\frac{-2}{3}\right]^{20}}-\left[\dfrac{3}{2}\right]^3\cdot\left[\dfrac{-2}{3}\right]^4=\dfrac{1}{3}$

d) $\dfrac{\left[\left[\frac{1}{3}-1\right]\cdot\left[-1+\frac{1}{4}\right]\right]^2}{\left[2-\frac{3}{2}\right]^2}+\left[\dfrac{-1}{5}\right]^2\cdot\left[\dfrac{-5}{3}\right]=\dfrac{14}{15}$

a) $\dfrac{27^2.4^{-3}}{20^{-5}.12^{-2}}=2^8.3^8.5^5$

b) $\dfrac{5^{-3}.24^3}{45^4.81^{-1}}=\dfrac{2^9}{3.5^7}$

c) $\dfrac{3^{-5}.18^{-4}}{(-108)^{-4}.24^3}=\dfrac{1}{3^4.2^5}$

d) $\dfrac{16^{-3}.5^{-4}}{24^{-2}.3^2}=\dfrac{1}{2^6.5^4}$

e) $\dfrac{7^{-5}.63^4.20^3}{5^2.16^4.27^2}=\dfrac{5.3^2}{7.2^{10}}$

f) $\dfrac{(-27)^{-3}.35^5}{42^4.15^{-3}}=-\dfrac{7.5^8}{3^{10}2^4}$

g) $\dfrac{(-9)^{-7}.72^5}{(-30)^{-3}.(-2)^2}=\dfrac{5^3.2^{16}}{3}$

h) $\dfrac{(-9)^{-5}.54^4}{(-45)^{-3}.(-2)^5}=-\dfrac{3^8.5^3}{2}$

i) $\dfrac{(-24)^{-5}.36^{-4}}{9^{-4}.27^3}=-\dfrac{1}{3^{14}.2^{23}}$

j) $\dfrac{(-6)^{-4}.(-5)^{3}}{(-18)^{-3}.(-54)^{2}} = 2^{-3}.3^{-4}.5^{3}$ k) $\dfrac{(-9)^{-5}.(-6)^{-4}}{(-18)^{-3}.27^{-4}} = \dfrac{3^{4}}{2}$ l) $\dfrac{(-2)^{-5}.(-45)^{3}.36^{-4}}{(-45)^{-3}.27^{4}} = -\dfrac{5^{6}}{3^{8}.2^{13}}$

m) $\dfrac{(-9)^{-5}.54^{4}}{9^{-4}.27^{3}} = -3.2^{4}$ n) $\dfrac{(-45)^{-3}.27^{4}}{(-24)^{-5}.36^{-4}} = \dfrac{3^{19}.2^{23}}{5^{3}}$ ñ) $\dfrac{(-2)^{-5}.(-45)^{3}.36^{-4}}{(-18)^{-3}.27^{-4}} = -\dfrac{5^{3}.3^{16}}{2^{10}}$

a) $\sqrt{2}.\sqrt[3]{3}.\sqrt[4]{12} = 2.\sqrt[12]{3^{7}}$

b) $\sqrt{12}.\sqrt[3]{36}.\sqrt[4]{25} = 6.\sqrt[6]{3.2^{4}.5^{3}}$

c) $\sqrt[3]{24}.\sqrt[4]{80}.\sqrt[5]{72} = 4.\sqrt[60]{3^{44}.2^{36}.5^{15}}$

d) $\sqrt[4]{225}.\sqrt{98}.\sqrt[4]{250} = 35.\sqrt[4]{3^{2}.2^{3}.5}$

e) $\sqrt{160}.\sqrt[3]{324}.\sqrt[4]{375} = 120.\sqrt[12]{2^{2}.5^{3}.3^{7}}$

f) $\sqrt{96}.\sqrt{363}.\sqrt{50} = 2^{3}.11.3.5$

g) $\sqrt[3]{225}.\sqrt[3]{98}.\sqrt[3]{250} = 5.\sqrt[3]{3^{2}.2^{2}.5^{2}.7^{2}}$

h) $\sqrt{96}.\sqrt{45}.\sqrt{72} = 2^{4}.3^{2}\sqrt{15}$

a) $\dfrac{\sqrt[3]{98}.\sqrt[5]{144}}{\sqrt[4]{72}} = \sqrt[60]{\dfrac{7^{40}.2^{23}}{3^{6}}}$

b) $\dfrac{\sqrt[4]{225.144}}{\sqrt[3]{450.500}} = \dfrac{1}{5}.\sqrt[6]{\dfrac{3^{2}}{5}}$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{98}.\sqrt[5]{72}}{\sqrt[4]{500}} = \sqrt[60]{\dfrac{7^{40}.2^{26}.3^{24}}{5^{45}}}$

d) $\dfrac{\sqrt[4]{450}.\sqrt[3]{500}}{\sqrt{98}} = \dfrac{5}{7}.\sqrt[12]{3^{6}.5^{6}.2^{5}}$

10.- Realiza las siguientes operaciones entre potencias aplicando las propiedades de las mismas:

a) $\dfrac{2^5 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 2^7} = \dfrac{2^8}{2^{11}} = 2^{-3}$

b) $\dfrac{5^{-5} \cdot 5^{-4}}{5^4 \cdot 5^{-7}} = \dfrac{5^{-5-4}}{5^{4-7}} = \dfrac{5^{-9}}{5^{-3}} = 5^{-9-(-3)} = 5^{-6}$

c) $\dfrac{3^6 \cdot 3^{-4} \cdot 3^3}{3^{-6} \cdot 3^{-3}} = \dfrac{3^{6-4+3}}{3^{-6-3}} = \dfrac{3^5}{3^{-9}} = 3^{6-(-9)} = 3^{15}$

d) $\dfrac{10^7 \cdot 10^{-5}}{10^3 \cdot 10^4} = \dfrac{10^2}{10^7} = 10^{2-7} = 10^{-5}$

e) $\dfrac{10^5 \cdot 100000}{10^{-3} \cdot 10^4} = \dfrac{10^5 \cdot 10^5}{10^{-3+4}} = \dfrac{10^{10}}{10^1} = 10^{10-1} = 10^9$

f) $\dfrac{3 \cdot 10^5 \cdot 7 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-5}} = \dfrac{21 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-5}} = 10'5 \cdot 10^3 = 10500$

g) $\dfrac{6 \cdot 10^{-2}.0'00005}{5 \cdot 10^{-7} \cdot 20000} = \dfrac{6 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^4} = \dfrac{30 \cdot 10^{-7}}{10 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-7-(-3)} = 3 \cdot 10^{-4}$

Tema 2

ÁLGEBRA

2.- Sean los polinomios $P(x)=x-1$, $Q(x)=2x+3$, $R(x)=5x$ y $S(x)=3x-1$, realiza las siguientes operaciones:

a) $P(x)+Q(x)$
b) $2Q(x)+R(x)$
c) $3R(x)+4S(x)$
d) $2P(x)-Q(x)+3R(x)$
e) $[P(x)-Q(x)]-[R(x)-S(x)]$
f) $P(x).Q(x)$
g) $3Q(x).2R(x)$
h) $[P(x)-S(x)].Q(x)$
i) $[R(x)-Q(x)].2S(x)$
j) $[P(x)+R(x)].[S(x)-Q(x)]$
k) $[R(x)-Q(x)+P(x)].S(x)$
l) $[P(x)-S(x)].[R(x)-Q(x)]$

1.- Calcula las siguientes expresiones:

a) $(x+1)^2$
b) $(2x+1)^2$
c) $(x+2)^2$
d) $(3x+2)^2$
e) $\left[x+\frac{1}{3}\right]^2$
f) $\left[\frac{x}{2}+2\right]^2$
g) $\left[\frac{2x}{5}+\frac{1}{2}\right]^2$
h) $(-3x-1)^2$
i) $\left[-\frac{x}{5}-\frac{2}{3}\right]^2$

a) $(x-3)^2$
b) $(3x-2)^2$
c) $(2x-5)^2$
d) $(4x-6)^2$
e) $\left[x-\frac{2}{3}\right]^2$
f) $\left[\frac{x}{3}-1\right]^2$
g) $\left[\frac{x}{5}-\frac{3}{2}\right]^2$
h) $(-3x+1)^2$
i) $\left[-\frac{x}{5}+\frac{2}{3}\right]^2$

a) $(x+1)(x-1)$
b) $(2x+1)(2x-1)$
c) $(2x+5)(2x-5)$
d) $(x-3)(x+3)$
e) $\left[x+\frac{2}{5}\right]\left[x-\frac{2}{5}\right]$
f) $\left[\frac{2x}{3}+1\right]\left[\frac{2x}{3}-1\right]$
g) $\left[\frac{2x}{5}+\frac{1}{2}\right]\left[\frac{2x}{5}-\frac{1}{2}\right]$
h) $(-x-3)(-x+3)$
i) $\left[-\frac{x}{5}+\frac{2}{3}\right]\left[-\frac{x}{5}-\frac{2}{3}\right]$

4.- Expresa como cuadrado de una suma, de una resta o como suma por diferencia las siguientes expresiones:

a) $9x^2-1$
b) $4x^2-20x+25$
c) $9x^2+30x+25$
d) $\frac{4x^2}{9}+\frac{20x}{3}+25$
e) $\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{9}$
f) $\frac{x^2}{4}-3x+9$
g) $\frac{x^2}{4}-\frac{x}{3}+\frac{1}{9}$
h) $\frac{4x^2}{25}+\frac{16x}{5}+16$
i) $\frac{49}{4}x^2-1$
j) $9x^2-24x+16$
k) $4x^2-25$
l) $36x^2+6x+\frac{1}{4}$

3.- Realiza las siguientes divisiones aplicando el método de Ruffini:

a) $(-15x^4+31x^3-5x^2-8x+1):(x+1)$
b) $(14x^5-12x^4-28x^3+24x^2+6x-5):(x-1)$
c) $(5x^5+31x^3-5x^2-8x+1):(x+1)$
d) $(4x^5-28x^3+6x-5):(x-1)$
e) $(-15x^5+31x^3-5x^2-8x+1):(x+2)$
f) $(16x^3-4x^2+8x):(x-2)$
g) $(x^5-2x^4-2x^3+4x^2+6x-5):(x+1)$
h) $(-8x^3+10x^2+15x):(x-3)$

3.- Realiza las siguientes divisiones aplicando el método de Ruffini:

a) $(15x^4-31x^3+5x^2+8x-1):(x-2)$ b) $(14x^5+2x^4+8x^3+4x^2-6x+5):(x+1)$

c) $(5x^5-3x^3+5x^2+8x-1):(x+2)$ d) $(4x^5-8x^3-6x+5):(x+1)$

e) $(-x^5-3x^3+5x^2+8x-1):(x-2)$ f) $(16x^3+4x^2-8x):(x-1)$

g) $(x^5+2x^4+2x^3-4x^2-6x-5):(x+1)$ h) $(8x^3-10x^2-15x):(x+2)$

11.- Descompón en producto de factores los siguientes polinomios: a) x^3-x^2-x+1

b) x^3+2x^2+2x+1 c) $x^3+5x^2-32x+36$

12.- Calcula el M.C.D. de cada par de polinomios: a) $P(x)=x+1$ y $Q(x)=x-2$

b) $P(x)=x^2+x-2$ y $Q(x)=x-1$

7.- Descompón en factores los siguientes polinomios: a) x^3-2x^2-x+2

b) x^3+3x^2-4 c) x^3+4x^2+5x+2 d) $x^5-8x^4+11x^3+32x^2-60x$

8.- Calcula el M.C.D. y el M.C.M. de cada pareja de polinomios:

a) $P(x)=x^2+2x-3$ y $Q(x)=x^3+x^2-5x+3$

b) $P(x)=x^2+2x-3$ y $Q(x)=x^3-3x+2$

6.- Calcula el M.C.D. y el M.C.M. de los siguientes pares de polinomios: a) $P(x)=x^2+x-12$ y $Q(x)=x^3-9x$ b) $P(x)=x^6-x^2$ y $Q(x)=x^3-x^2+x-1$

7.- Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\dfrac{x-2}{2-x}$ b) $\dfrac{x^2-4}{x^3-8}$ c) $\dfrac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ d) $\dfrac{\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{7}{2}x^3+5x^2\right]}{x}$

8.- Reduce a común denominador las siguientes fracciones:

a) $\dfrac{2}{x-2}$; $\dfrac{x}{x-3}$ b) $\dfrac{x^2}{x+1}$; $\dfrac{x+1}{x^2-1}$

9.- Calcula

a) $\dfrac{x^2}{x+1}+\dfrac{x+1}{x^2-1}$ b) $\dfrac{x^2}{x+1}\cdot\dfrac{x+1}{x-1}$ c) $\dfrac{x^2}{x+1}:\dfrac{x+2}{x+1}$

d) $\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{1}{x^2-1}$ e) $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{1}{x^2-1}$ f) $\dfrac{3x-1}{x-2}-\dfrac{1-x}{x+2}-\dfrac{3}{x^2-4}$

Resuelve las siguientes ecuaciones lineales

a) $\dfrac{2x+1}{5}=\dfrac{x}{2}-1$ b) $x+1=x-3\dfrac{x-1}{2}$

c) $\dfrac{x-9}{3}=\dfrac{4}{3}-x$ d) $\dfrac{6x-4}{3}=\dfrac{1-x}{5}-1$

e) $\dfrac{x}{-2}+x=2x+5$

f) $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{7x-5}{2}$

g) $\dfrac{5-x}{9}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{x-3}{12}$

h) $\dfrac{x}{6}-\dfrac{1-x}{9}=\dfrac{1}{6}$

i) $\dfrac{x}{2}+(2x-1)=\dfrac{x}{6}+\dfrac{64}{6}$

j) $2x+\dfrac{6-5x}{4}=\dfrac{x-5}{3}-5x$

k) $\dfrac{x-2}{3}=2-\dfrac{x-3}{2}$

l) $4-\dfrac{10x+1}{6}=4x-\dfrac{16x+3}{4}$

m) $\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{5x+2}{7}=x+13$

n) $\dfrac{2x-3}{3}-\dfrac{x-3}{6}=\dfrac{4x+3}{3}-17$

ñ) $\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{x-2}{3}+\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{5-x}{8}$

o) $\dfrac{7x}{12}+\dfrac{2x-7}{20}=\dfrac{2}{3}-\dfrac{3-4x}{15}$

p) $\dfrac{3x}{8}-\dfrac{7}{10}-\dfrac{12x-5}{16}+\dfrac{3-2x}{20}+\dfrac{4x+9}{4}+\dfrac{7}{80}=0$

q) $2x-\left[2x-\dfrac{3x-1}{8}\right]=\dfrac{2(x+2)}{18}-\dfrac{1}{4}$

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2-1=0$ b) $x^2-4=0$ c) $x^2+9=0$ d) $x^2-16=0$
e) $x^2+14=0$ f) $x^2-14=0$ g) $4x^2-25=0$ h) $9x^2-16=0$

a) $x^2-x=0$ b) $2x^2-x=0$ c) $x^2+5x=0$ d) $3x^2-6x=0$
e) $5x^2-x=0$ f) $3x^2-4x=0$ g) $x^2+7x=0$ h) $-5x^2-x=0$

a) $x^2+2x-3=0$ b) $2x^2-5x+2=0$ c) $x^2+3x+2=0$ d) $10x^2-7x+1=0$
e) $12x^2-5x-2=0$ f) $3x^2+14x-5=0$ g) $x^2+5x-14=0$ h) $9x^2-3x+1=0$

a) $3(1-x)(x+1)=3$ b) $3(x^2-2)=21$ c) $2x^2-11x-21=0$
d) $3(x-1)(x+2)=3x-6$ e) $21x-100=x^2+21-x$ f) $2x^2-1=1-x-x^2$
g) $(x-2)^2=3$ h) $\dfrac{x}{5}\left[x+\dfrac{1}{6}\right]=x-1$ i) $\dfrac{2x^2-1}{2}-\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{1-x}{6}$

j) $(5x-3)^2-11(4x+1)=1$ k) $\dfrac{(x+1)(x-1)}{2}-\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{2}{3}(x+1)$ l) $\dfrac{4}{x}+\dfrac{x}{2}=\dfrac{12}{x}$

Resuelve los siguientes sistemas lineales de dos ecuaciones y dos incógnitas

a) $\left.\begin{array}{r}x+y=5\\x-y=3\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}2x+y=13\\x-y=2\end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r}x-3y=9\\x+y=17\end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r}4x-3y=29\\5x+3y=16\end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r}9x-4y=1\\3x+6y=4\end{array}\right\}$ f) $\left.\begin{array}{r}10x+3y=8\\15x+12y=22\end{array}\right\}$ g) $\left.\begin{array}{r}7x+8y=-77\\-2x-9y=22\end{array}\right\}$ h) $\left.\begin{array}{r}10x+11y=-8\\9x+10y=-7\end{array}\right\}$

i) $\left.\begin{array}{r}-3x+2y=4\\4x-5y=1\end{array}\right\}$ j) $\left.\begin{array}{r}\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=\frac{1}{12}\\\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=\frac{5}{6}\end{array}\right\}$ k) $\left.\begin{array}{r}\frac{3x}{4}-\frac{2y}{3}=1\\\frac{5x}{2}+\frac{4y}{3}=14\end{array}\right\}$ l) $\left.\begin{array}{r}\frac{x}{5}-\frac{y}{2}=1\\2x-y=1\end{array}\right\}$

m) $\left.\begin{array}{r}\frac{x+1}{3}+\frac{y+1}{2}=2\\x+2y=4\end{array}\right\}$ n) $\left.\begin{array}{r}\frac{11-2x}{7}-\frac{2y-5}{5}=0\\\frac{x+2}{4}-\frac{y-2}{3}=0\end{array}\right\}$ ñ) $\left.\begin{array}{r}\frac{x}{2}+\frac{y}{7}=\frac{5}{21}\\\frac{x}{2}-\frac{y}{7}=\frac{2}{21}\end{array}\right\}$

o) $\left.\begin{array}{r}\frac{x+1}{3}-\frac{y-2}{4}=\frac{1}{6}\\2x-y+2=0\end{array}\right\}$ p) $\left.\begin{array}{r}(x-5)(y-5)=(x-7)(y-4)\\(x-11)(y-2)=(x-10)(y-4)\end{array}\right\}$ q) $\left.\begin{array}{r}\frac{x+2y}{3}-\frac{x+y+2}{4}=0\\\frac{x+1}{3}+\frac{y-1}{2}=0\end{array}\right\}$

r) $\left.\begin{array}{r}\frac{2x}{3}-\frac{3y}{4}=\frac{41}{60}\\\frac{x}{2}-\frac{y}{4}=\frac{9}{20}\end{array}\right\}$ s) $\left.\begin{array}{r}\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=\frac{5}{12}\\2x+3y=\frac{7}{12}\end{array}\right\}$ t) $\left.\begin{array}{r}\frac{x-4}{4}-\frac{y-3}{3}=0\\\frac{x-2}{5}+\frac{y-4}{2}=-\frac{1}{10}\end{array}\right\}$ u) $\left.\begin{array}{r}2x+\frac{y}{3}=6\\x+4=y\end{array}\right\}$

Resuelve los siguientes sistemas no lineales de ecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{r}xy=6\\x+y=5\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}xy=12\\x+y=7\end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r}x^2+y=2\\2x-y=1\end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r}x^2+y^2=5\\x+y=3\end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r}x^2-2y=8\\3x+y=4\end{array}\right\}$ f) $\left.\begin{array}{r}2x-y^2=5\\x+2y=5\end{array}\right\}$ g) $\left.\begin{array}{r}x^2-y^2=3\\x+y=3\end{array}\right\}$ h) $\left.\begin{array}{r}x^2-y^2=8\\x+y=4\end{array}\right\}$

i) $\left.\begin{array}{r}y=x^2-3x+4\\y=x+1\end{array}\right\}$ j) $\left.\begin{array}{r}x^2+xy-y^2=19\\x+y=7\end{array}\right\}$ k) $\left.\begin{array}{r}2xy-y^2=15\\x-y=1\end{array}\right\}$ l) $\left.\begin{array}{r}x^2+2xy=8\\x+y=3\end{array}\right\}$

m) $\left.\begin{array}{r}x^2-2y^2=7\\x-y=8\end{array}\right\}$ n) $\left.\begin{array}{r}x^2+xy+y^2=13\\x+y=4\end{array}\right\}$ ñ) $\left.\begin{array}{r}x^2+xy=12\\x-y=2\end{array}\right\}$ o) $\left.\begin{array}{r}x^2+y^2=25\\x+y=7\end{array}\right\}$

p) $\left.\begin{array}{r}x^2-y^2=13\\x-y=1\end{array}\right\}$ q) $\left.\begin{array}{r}\frac{x}{y}=3\\xy=12\end{array}\right\}$ r) $\left.\begin{array}{r}y=x^2+4x+1\\y=x+5\end{array}\right\}$ s) $\left.\begin{array}{r}y=x^2\\y+x=2\end{array}\right\}$

t) $\left.\begin{array}{r} xy+y=8 \\ xy=6 \end{array}\right\}$ u) $\left.\begin{array}{r} x^2-2y^2=1 \\ x-y=1 \end{array}\right\}$ v) $\left.\begin{array}{r} x^2+xy+y^2=1 \\ x+y=0 \end{array}\right\}$ w) $\left.\begin{array}{r} x^2+xy=-2 \\ x-y=5 \end{array}\right\}$

Resuelve:

e) $\sqrt{2x-1}+3x=2(2x-11)$

f) $\sqrt{2x-1}+\sqrt{2x-1}=\sqrt{10x-1}$

a) $\sqrt{5x+6}=3+2x$

b) $x+\sqrt{7-3x}=1$

c) $\sqrt{2-5x}+x\sqrt{3}=0$

d) $\sqrt{2x+3}+\sqrt{x-5}=0$

e) $\sqrt{2x}+\sqrt{5x-6}=4$

f) $\sqrt{\dfrac{7x+1}{4}}=\dfrac{5x-7}{6}$

c) $\sqrt{4x+5}=x+2$

e) $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x-5}=2$

a) $\left\{\begin{array}{l} y^2-2y+1=x \\ \sqrt{x}+y=5 \end{array}\right.$

b) $\left\{\begin{array}{l} 2\sqrt{x+1}=y+1 \\ 2x-3y=1 \end{array}\right.$

c) $\left\{\begin{array}{l} \sqrt{3(x+y)}+x=12 \\ 2x-y=6 \end{array}\right.$

d) $\left\{\begin{array}{l} \sqrt{x+y}+2=x+1 \\ 2x-y=5 \end{array}\right.$

d) $\sqrt{x}+2=x$

f) $\dfrac{3x}{x-1}+\dfrac{6x}{x+1}=9$

Resuelve los sistemas de ecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{r} x+y+z=16 \\ x+z=11 \\ y+z=13 \end{array}\right\}$	b) $\left.\begin{array}{r} 2x+3y-3z=-12 \\ x-4y+5z=11 \\ 3x+2y-z=-7 \end{array}\right\}$	c) $\left.\begin{array}{r} x-3y+2z=11 \\ 2x-y-3z=-4 \\ 3x+5y+z=4 \end{array}\right\}$
d) $\left.\begin{array}{r} x+y-2z=-4 \\ 2x-y+4z=17 \\ 2x-y+6z=3 \end{array}\right\}$	e) $\left.\begin{array}{r} 2x+3y-z=0 \\ x+2y+z=6 \\ 4x+7y+z=12 \end{array}\right\}$	f) $\left.\begin{array}{r} x+y-z=0 \\ x-y+2z=0 \\ x+3y-4z=0 \end{array}\right\}$
g) $\left.\begin{array}{r} x-2y+z=0 \\ 3x-4y-z=0 \\ 2x+y-8z=0 \end{array}\right\}$	h) $\left.\begin{array}{r} x-y+z=0 \\ 2x+3y-2z=0 \\ x+y+z=0 \end{array}\right\}$	a) $\left\{\begin{array}{r} x-y-z=-10 \\ x+2y+z=11 \\ 2x-y+z=-8 \end{array}\right.$
b) $\left\{\begin{array}{r} x+y+z=3 \\ 2x-y+z=2 \\ x-y+z=1 \end{array}\right.$	a) $\left\{\begin{array}{l} x+y+z=18 \\ x-z=6 \\ x-2y+z=0 \end{array}\right.$	b) $\left\{\begin{array}{r} x+y+z=2 \\ 2x+3y+5z=11 \\ x-5y+6z=29 \end{array}\right.$
a) $\left\{\begin{array}{r} x+y-2z=9 \\ 2x-y+4z=4 \\ 2x-y+6z=-1 \end{array}\right.$	b) $\left\{\begin{array}{r} 2x-3y+z=0 \\ 3x+6y-2z=0 \\ 4x+y-z=0 \end{array}\right.$	a) $\left\{\begin{array}{r} x-y=1 \\ 2x+6y-5z=-4 \\ x+y-z=0 \end{array}\right.$

Problemas de sistemas de ecuaciones

1- Una tienda posee 3 tipos de conservas, A, B y C. El precio medio de las 3 conservas es de 0.90 €. Un cliente compra 30 unidades de A, 20 de B y 10 de C, debiendo abonar 50.49 €. Otro compra 20 unidades de A y 25 de C y abona 41.47 €. Calcula el precio de una unidad A, otra de B y otra de C.

2- Se juntan 30 personas entre hombres, mujeres y niños. Se sabe que entre los hombres y las mujeres duplican al número de niños. También se sabe que entre los hombres y el triple de las mujeres exceden en 20 al doble de niños. Plantear un sistema de ecuaciones que permita averiguar el número de hombres, mujeres y niños. Resolver el sistema de ecuaciones planteado.

3- Un estado compra 540 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 27, 28 y 31 $ el barril, respectivamente. La factura total asciende a 16 millones de $. Si del primer suministrador recibe el 30% del total del petróleo comprado, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador?

4- Un fabricante de coches ha lanzado al mercado tres nuevos modelos (A, B y C). El precio de venta de cada modelo es 1.5, 2 y 3 millones de PTAS, respectivamente, ascendiendo el importe total de los coches vendidos durante el primer mes a 250 millones. Por otra parte, los costes de fabricación son de 1 millón por coche para el modelo A, de 1.5 para el modelo B y de 2 para el C. El coste total de fabricación de los coches vendidos en ese mes fue de 175 millones y el número total de coches vendidos 140. Plantea un sistema para determinar el número de coches vendidos de cada modelo y resuelve el problema.

5- Un almacén distribuye cierto producto que fabrican 3 marcas distintas: A, B y C. La marca A lo envasa en cajas de 250 gramos y su precio es de 100 €, la marca B lo envasa en cajas de 500 gramos a un precio de 180 € y la marca C lo hace en cajas de 1 kilogramo a un precio de 330 €. El almacén vende a un cliente 2.5 kilogramos de este producto por un importe de 890 €. Sabiendo que el lote iba envasado en 5 cajas, plantea un sistema para determinar cuántos envases de cada tipo se han comprado y resuelve el problema.

6- Se venden 3 especies de cereales: trigo, cebada y mijo. El trigo se vende cada “saco” por 4 denarios. La cebada se vende cada “saco” por 2 denarios. El mijo se vende cada “saco” por 0.5 denarios. Si se venden 100 “sacos” y se obtiene por la venta 100 denarios, ¿cuántos “sacos” de cada especie se venden. Interpreta la(s) solución(es).

7- Un estado compra 758 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 30, 28 y 25 $ el barril, respectivamente. La factura total asciende a 17 millones de $. Si del primer suministrador recibe el 24% del total del petróleo comprado, plantea un sistema de ecuaciones que te permita determinar cuál es la cantidad comprada a cada suministrador y resuelve el problema.

8- Una editorial dispone de tres textos diferentes para Matemáticas de 2º de Bachillerato de Ciencias Sociales y Humanas. El texto A se vende a 9 € el ejemplar; el texto B a 11 € y el C a 13 €. En la campaña correspondiente a un curso académico la editorial ingresó, en concepto de ventas de estos libros de Matemáticas 8400 €. Sabiendo que el libro A se vendió tres veces más que el C, y que el B se vendió tanto como el A y el C juntos, plantea un sistema de ecuaciones que te permita averiguar cuántos se vendieron de cada tipo y resuelve el problema.

9- Los sueldos del padre, la madre y un hijo sumados dan 1953.29 €. La madre gana el doble que el hijo. El padre gana 2/3 de lo que gana la madre. Se trata de calcular cuánto gana cada uno.

10- En una granja se venden pollos, pavos y perdices a razón de 1.2, 0.9 y 2.4 €/Kg., respectivamente. En cierta semana los ingresos totales de la granja ascendieron a 3425.77 €. Además se sabe que la cantidad de pollo vendida superó en 100 Kg a la de pavo y que se vendió de perdiz la mitad que la de pavo.

(a) Plantear un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad vendida de cada tipo de carne.

(b) Resolver dicho sistema.

11- Un distribuidor de material escolar ha clasificado 120 lápices en cajas de tres tamaños: 3 de tipo pequeño, 5 mediano y 2 grande. Una vez clasificados han sobrado 6 lápices. Además se sabe que las cajas medianas contienen el doble que las cajas pequeñas y las grandes el triple. Plantea un sistema para determinar el número de lápices que contiene cada tipo de caja y resuelve el problema.

12- Cierto supermercado hace el mismo pedido a tres proveedores diferentes A, B y C. Dicho pedido contiene ciertas cantidades de arroz, lentejas y garbanzos (expresadas en Tm). Cada uno de los proveedores marca para los distintos productos los precios recogidos en la tabla siguiente (expresados en cientos de miles de PTAS/Tm):

	ARROZ	LENTEJAS	GARBANZOS
Proveedor A	1.5	3	4
Proveedor B	2	3	3.5
Proveedor C	2	3	4

El pedido que recibe del proveedor A le cuesta 1 600 000 PTAS, el que recibe del B le cuesta 50 000 PTAS más que el anterior y el que recibe del C le cuesta 50 000 PTAS más que este último. Plantea un sistema para determinar la composición del pedido y resuelve el problema.

13- En cierto colegio, al principio de curso, la relación del número de alumnas al de alumnos era de 8/7. Al finalizar el curso, habían causado baja, por diversas causas, 40 chicas y el 4% de los chicos, y la relación era de 15/14. ¿Cuántos alumnos de cada sexo acabaron el curso?

14- En dos grupos de Bachillerato A y B, había en el curso 95, un cierto número de alumnos. En el curso 96, se aumentaron 5 alumnos a A y 6 a B, resultando éste con doble número de alumnos. En el curso 97, se aumentaron 2 a B, y se redujo en 4 alumnos el grupo A, resultando este grupo con la tercera parte de alumnos que en B.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones que te permita determinar cuántos alumnos había en A y en B en el curso 95.

(b) Resuelve dicho sistema.

15- Por tres entradas de patio y seis de palco se han pagado 90.15 €. Estudiar los casos en los que se han pagado también:

(a) 42.07 € por dos entradas de patio y dos de palco.

(b) 30.05 € por una entrada de patio y dos de palco.

(c) 66.11 € por dos entradas de patio y dos de palco.

Calcular los precios de cada localidad en los casos en que esto sea posible.

16- Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de tres medidas, A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble del de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida.

17- Una marca comercial utiliza tres ingredientes (A, B y C) en la elaboración de tres tipos de pizzas (P1, P2 y P3). P1 se elabora con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C; P2 con 2 unidades de A, 1 de B y 1 de C, y P3 con 2 unidades de A, 1 de B y 2 de C. El precio de venta es de 7.21 € para P1, 6.16 para P2 y 7.36 para P3. Sabiendo que el margen comercial (beneficio) es de 2.4 € en cada una de ellas, ¿qué le cuesta a dicha marca comercial cada unidad de A, B y C? Justificar la respuesta.

18- (a) ¿Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas puede ser indeterminado?

(b) Seis amigos acuden a una heladería del centro de Palma. Un día, por un helado gigante, un granizado y cuatro vasos de agua mineral, pagan 20.43 €. Al día siguiente pagan por cuatro helados gigantes y dos granizados, 26.44 €. Busca los precios del helado y del granizado en función del precio del agua mineral y también en el caso de que ésta valga 3.01 €.

19- Las edades de tres hermanos son tales que el quíntuplo de la edad del primero, más el cuádruplo de la edad del segundo, más el triple de la edad del tercero, es igual a 60. El cuádruplo de la edad del primero, más el triple de la edad del segundo, más el quíntuplo de la del tercero, es igual a 50. Y el triple de la edad del primero, más el quíntuplo de la del segundo, más el cuádruplo de la del tercero, es igual a 46.

(a) Plantear un sistema de ecuaciones que permita determinar las edades de los tres hermanos.

(b) Resolver el sistema planteado.

20- Una cooperativa farmacéutica distribuye un producto en tres formatos distintos A, B y C. Las cajas de tipo A tienen un peso de 250 gramos y un precio de 0.6 €, las de tipo B pesan 500 gramos y su precio es de 1.08 €, mientras que las C pesan 1 kilogramo y cuestan 1.98 €. A una farmacia se le ha suministrado un lote de 5 cajas, con un peso de 2.5 kilogramos, por un importe de 5.35 €. ¿Cuántos envases de cada tipo ha comprado la farmacia?

21- Una empresa cinematográfica dispone de tres salas A, B y C. Los precios de entrada a cada una de estas salas son 0.6, 1.2 y 1.8 €, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 255.43 € y el número total de espectadores que acudieron fue de 200. Si los espectadores de la sala A hubiesen asistido a la sala B y los de la sala B a la sala A, se obtendrá una recaudación de 240.4 €. Calcúlese el número de espectadores que acudió a cada sala.

22- En la tienda "El As de Oros" se pueden comprar los artículos A, B y C por un total de 6.01 €. También por 6.01 € se pueden comprar los artículos A, B y C en la tienda "El As de Copas", si bien en esta tienda los artículos A y B son un 10% más caros que en la tienda "El As de Oros", en tanto que el artículo C es un 10% más barato en "El As de Copas" que en “El As de Oros”.

(a) ¿Cuál es el precio del artículo C en "El As de Oros"?

(b) ¿Cuánto cuesta comprar los artículos A y B en "El As de Copas"?

23- Compramos 2 productos que cuestan 22 000 PTAS. A la semana siguiente hacemos la misma compra y, como el primer artículo está rebajado un 10% y el segundo un 20% respecto de la semana anterior, sólo nos cuesta 18 600 PTAS. ¿Cuánto nos costará el mismo material si en una nueva ocasión los precios están rebajados un 10% y un 20% respectivamente, en relación a los precios de la segunda semana?

24- Tres personas A, B y C, le van a hacer un regalo a un amigo común. El regalo les cuesta 75.73€. Como no todos disponen del mismo dinero, deciden pagar de la siguiente manera: A paga el triple de lo que pagan B y C juntos, y por cada 0.12 € que paga B, C paga 0.18 €. Plantea un sistema que permita determinar cuánto paga cada persona y resuelve el problema.

25- Un grupo de 5 amigos piden dos cafés y 3 helados en una cafetería, por lo que el camarero les cobra 575 PTAS. Llegan otros 4 que piden 3 cafés y un helado por lo que pagan 425 PTAS. Posteriormente llega otro grupo de los que uno pide un café y los demás piden 1 helado y pagan 600 PTAS. ¿Cuál es el precio del café y del helado?. ¿Cuántos amigos se juntan en la cafetería?

26- Nuestro proveedor de pilas nos cobra por una pequeña, dos medianas y una grande, 1.83 €. En otra ocasión, por dos pequeñas, tres medianas y dos grandes, 3.03 €.

(a) ¿Cuánto nos cuestan 5 pequeñas, 9 medianas y 5 grandes?
(b) ¿Cuál es el precio de una pila mediana?
(c) ¿Cuánto vale una pequeña más una grande?
(d) Si añadimos la condición de que una grande vale el doble de una pequeña, ¿cuál es el precio de cada uno de los tipos de pilas?

27- Para un determinado partido de fútbol se ponen a la venta 3 tipos de localidades: Fondo, General y Tribuna. Se sabe que la relación entre los precios de las localidades de Tribuna y General es 19/18 y entre General y Fondo es 6/5. Si al comprar tres localidades, una de cada clase, se pagan en total 78.13 €, ¿cuál es el precio de cada localidad?

28- Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres.
(a) Plantear un sistema de ecuaciones y averiguar cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión.
(b) Resolver el problema.

29- Cierto estudiante obtuvo, en un control que constaba de 3 preguntas, una calificación de 8 puntos. En la segunda pregunta sacó dos puntos más que en la primera y 1 punto menos que en la tercera.
(a) Plantear un sistema de ecuaciones para determinar la puntuación obtenida en cada una de las preguntas.
(b) Resolver el sistema.

30- Un ama de casa adquirió en el mercado ciertas cantidades de patatas, manzanas y naranjas a un precio de 100, 120 y 150 PTAS/kg, respectivamente. El importe total de la compra fueron 1 160 PTAS. El peso total de la misma es de 9 kg y, además compró 1 kg más de naranjas que de manzanas.
(a) Plantear un sistema de ecuaciones para determinar la cantidad comprada de cada producto.
(b) Resolver el problema.

31- En una confitería envasan los bombones en cajas de 250 gr, 500 gr y 1kg. Cierto día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 gr) que de tamaño mediano (500 gr). Sabiendo que el precio del kg de bombones es de 4 000 PTAS y que el importe total de los bombones envasados asciende a 125 000 PTAS:
(a) Plantear un sistema para determinar cuántas cajas se han envasado de cada tipo.
(b) Resolver el problema.

32- Si la altura de Carlitos aumentase el triple de la diferencia entre las alturas de Toni y de Juan, Carlitos sería igual de alto que Juan. Las alturas de los tres suman 515 centímetros. Ocho veces la altura de Toni es lo mismo que nueve veces la de Carlitos. Hallar la altura de los tres.

33- Una autoescuela tiene abiertas 3 sucursales en la ciudad. El número total de matriculados es 352, pero los matriculados en la tercera son tan solo una cuarta parte de los matriculados en la primera. Además, la diferencia entre los matriculados en la primera y los matriculados en la segunda es inferior en 2 unidades al doble de los matriculados en la tercera.
(a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar el número de alumnos matriculados en cada sucursal.
(b) Analiza y comenta los resultados.

34- Se envasa cierto producto en cajas de 250 gr, 500 gr y 1kg. Cierto día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 gr) que de tamaño mediano (500 gr). Sabiendo que el precio del kg de bombones es de 24.04 € y que el importe total de los bombones envasados asciende a 751.25 €:

(a) Plantear un sistema para determinar cuántas cajas se han envasado de cada tipo.

(b) Resolver el problema.

35- Un ama de casa adquirió en el mercado ciertas cantidades de patatas, manzanas y naranjas a un precio de 0.60 €, 0.72 € y 0.90 €/kg, respectivamente. El importe total de la compra fueron 6.96 €. El peso total de la misma es de 9 kg y, además compró 1 kg más de naranjas que de manzanas.

(a) Plantear un sistema de ecuaciones para determinar la cantidad comprada de cada producto.

(b) Resolver el problema.

36- Una tribu de indios utilizan conchas como monedas. Sabemos que para conseguir 3 espejos, 2 arcos y 4 flechas tenemos que aportar 34 conchas; 4 espejos, 2 arcos y 1 flecha son 32 conchas y que 3 espejos, 5 arcos y 2 flechas han costado 4 conchas.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para calcular el número de conchas que hay que dar por cada espejo, por cada arco y por cada flecha.

(b) Analiza y comenta los resultados.

37- Una tribu de indios utilizan conchas como monedas. Sabemos que para conseguir 3 espejos, 2 arcos y 4 flechas tenemos que aportar 43 conchas; 4 espejos, 2 arcos y 1 flecha son 36 conchas y que 3 espejos, 5 arcos y 2 flechas han costado 53 conchas.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para calcular el número de conchas que hay que dar por cada espejo, por cada arco y por cada flecha.

(b) Analiza y comenta los resultados.

38- Una tribu de indios utilizan conchas como monedas. Sabemos que para conseguir 3 espejos, 2 arcos y 4 flechas tenemos que aportar 52 conchas; 4 espejos, 2 arcos y 1 flecha son 49 conchas y que 6 espejos, 10 arcos y 4 flechas han costado 115 conchas.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para calcular el número de conchas que hay que dar por cada espejo, por cada arco y por cada flecha.

(b) Analiza y comenta los resultados.

39- Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 l de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 l de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche.

40- Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que el 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas, el 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más el 60% de las de terror representan la mitad del total de las películas, y hay 100 películas más del oeste que de infantiles. Halla el número de películas de cada tipo.

41- Los lados de un triángulo miden 26, 28 y 34 cm. Con centro en cada vértice se dibujan tres de circunferencias, tangente entre sí dos a dos. Calcular las longitudes de los radios de las circunferencias.

42- En una reunión hay 22 personas, entre hombres, mujeres y niños. El doble del número de mujeres más el triple del número de niños, es igual al doble del número de hombres. Si, además, se sabe que el número de hombres es el doble del de mujeres, ¿cuántos hombres, mujeres y niños hay?

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=22 \\ -2x+2y+3z=0 \\ x=2y \end{array}\right\}$$

Solución: Hay 12 hombres, 6 mujeres y 4 niños.

43- Por un rotulador, un cuaderno y una carpeta se pagan 3,56 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que, el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del precio del rotulador. Calcula los precios que marcaba cada una de las cosas, sabiendo que sobre esos precios se ha hecho el 10% de descuento.

Solución:

	ROTULADOR	CUADERNO	CARPETA
PRECIO SIN DESCUENTO	x	y	z
PRECIO CON DESCUENTO	$0{,}9x$	$0{,}9y$	$0{,}9z$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}9x+0{,}9y+0{,}9z=3{,}56 \\ y=\dfrac{x}{2} \\ z=y+0{,}2x \end{array}\right\}$$

El rotulador 1,80 euros, el cuaderno, 0,90 euros y la carpeta, 1,26 euros.

44- En una residencia de estudiantes se compran semanalmente 110 helados de distintos sabores: vainilla, chocolate y nata. El presupuesto destinado para esta compra es de 540 euros y el precio de cada helado es de 4 euros el de vainilla, 5 euros el de chocolate y 6 euros el de nata. Conocidos los gustos de los estudiantes, se sabe que entre helados de chocolate y de nata se han de comprar el 20% más que de vainilla. Calcula cuántos helados de cada sabor se compran a la semana.

Solución: Llamamos x al número de helados de vainilla que se compran semanalmente, y al de helados de chocolate, y z al de helados de nata.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Compran 110 helados en total} \rightarrow \; x+y+z=110 \\ \text{Precio total 540 euros} \rightarrow \; 4x+5y+6z=540 \\ \text{Chocolate y nata} = 20\%\text{ más que vainilla} \rightarrow \; y+z=1{,}2x \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} x+y+z=110 \\ 4x+5y+6z=540 \\ 12x-10y-10z=0 \end{array}\right\}$$

Se compran 50 helados de vainilla, 20 de chocolate y 40 de nata.

45- Disponemos de tres lingotes de distintas aleaciones de tres metales A, B y C. El primer lingote contiene 20 g del metal A, 20 g del B y 60 del C. El segundo contiene 10 g de A, 40 g de B y 50 g de C. El tercero contiene 20 g de A, 40 g de B y 40 g de C. Queremos elaborar, a partir de estos lingotes, uno nuevo que contenga 15 g de A, 35 g de B y 50 g de C. ¿Cuántos gramos hay que coger de cada uno de los tres lingotes?

Solución:

	A	*B*	*C*	PESO TOTAL
1er LINGOTE	20 g	20 g	60 g	100 g
2º LINGOTE	10 g	40 g	50 g	100 g
3er LINGOTE	20 g	40 g	40 g	100 g

Llamamos x a los gramos que tenemos que coger del primer lingote, y a los del segundo lingote y z a los del tercero. Como queremos conseguir 15 g de A, 35 g de B y 50 g de C, tendremos que:

$$\left.\begin{array}{r} 0{,}2x+0{,}1y+0{,}2z=15 \\ 0{,}2x+0{,}4y+0{,}4z=35 \\ 0{,}6x+0{,}5y+0{,}4z=50 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 2x+y+2z=150 \\ 2x+4y+4z=350 \\ 6x+5y+4z=500 \end{array}$$

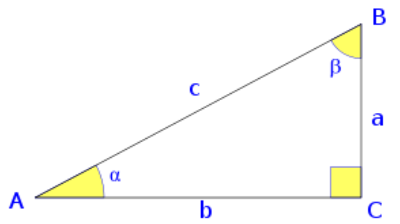
Habrá que coger 25 g del primer lingote, 50 g del segundo y 25 g del tercero.

Tema 3

TRIGONOMETRÍA

Tema 3 – TRIGONOMETRÍA

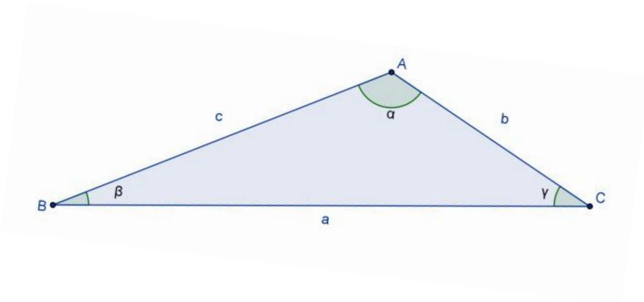
Teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$



$sen\alpha = \dfrac{a}{c}$ $\cos\alpha = \dfrac{b}{c}$ $\tan\alpha = \dfrac{a}{b} = \dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha}$

Teorema del seno:

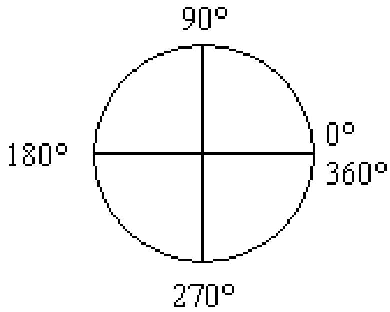
$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta} = \frac{c}{sen\gamma}$$



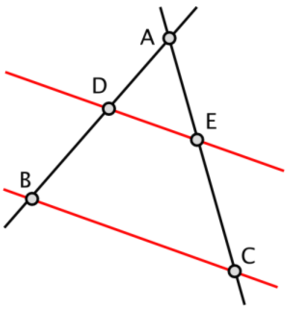
Teorema del coseno:

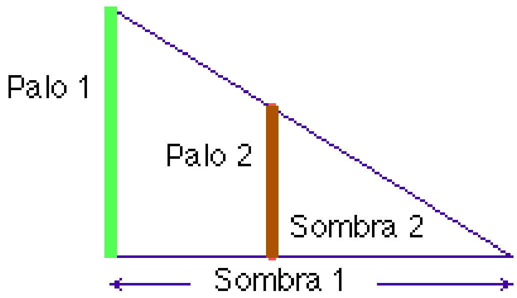
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$

360º = 2π rad



Proporcionalidad:





$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{Palo1}{Sombra1} = \frac{Palo2}{Sombra2}$$

Ejercicio nº 1.-

Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54°. Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo.

Ejercicio nº 2.-

Los lados de un paralelogramo miden 12 y 20 cm, respectivamente, y forman un ángulo de 60°. ¿Cuánto mide la altura del paralelogramo? ¿Y su área?

Ejercicio nº 3.-

En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 15 cm y uno de los catetos mide 12 cm. Calcula la longitud del otro cateto y la medida de sus ángulos.

Ejercicio nº 4.-

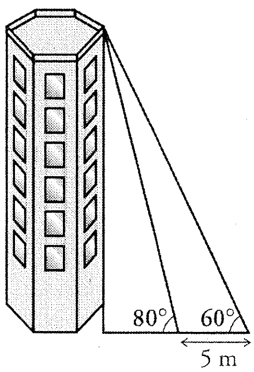
Las diagonales de un rombo miden 10 y 14 cm, respectivamente. Calcula el lado del rombo y sus ángulos.

Ejercicio nº 5.-

Queremos fijar un poste de 3,5 m de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de 40°. ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?

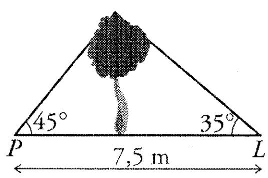
Ejercicio nº 6.-

Para medir la altura de una torre nos situamos en un punto del suelo y vemos el punto más alto de la torre bajo un ángulo de 60°. Nos acercamos 5 metros a la torre en línea recta y el ángulo es de 80°. Halla la altura de la torre.



Ejercicio nº 7.-

Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:

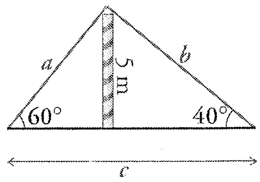


a) Calcula la altura del árbol.

b) ¿A qué distancia está Pablo del árbol?

Ejercicio nº 8.-

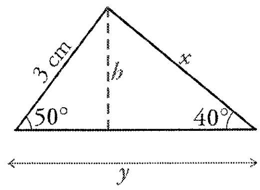
Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura:



Halla el valor de *c* y la longitud del cable.

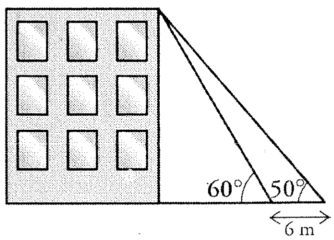
Ejercicio nº 9.-

Halla los valores de *x*, *y*, *h* en el siguiente triángulo:



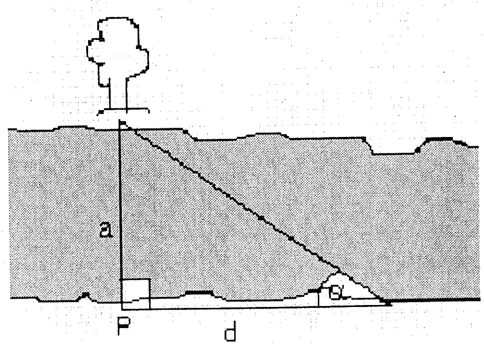
Ejercicio nº 10.-

Desde el suelo vemos el punto más alto de un edificio con un ángulo de 60°. Nos alejamos 6 metros en línea recta y este ángulo es de 50°.¿Cuál es la altura del edificio?



6. Problemas sobre resolución de triángulos rectángulos

Ejemplo 1:*¿Cómo podremos medir el ancho de un río sin cruzarlo?*
Tenemos aparatos para medir distancias y para medir ángulos pero no podemos cruzar el río.
Además la orilla es escarpada y sólo es posible moverse perpendicularmente al río, donde hay un
camino. ¿Cómo medir el ancho del río?



Ejemplo. En un triángulo rectángulo isósceles la hipotenusa mide 8 cm. ¿Cuánto miden los catetos?

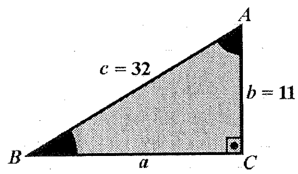
Por ser isósceles los catetos son iguales, entonces se tiene:

$$a^2 + a^2 = 8^2 \Rightarrow 2a^2 = 64 \Rightarrow a^2 = 32 \Rightarrow a = \sqrt{32} \text{ cm}$$

Ejemplo. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo B = 37° 45' 28". Calcula el ángulo A.

De $A + B = 90°$, se tiene que A = 90° – B = 90° – 37° 45' 28" = 52° 14' 32"

Ejemplo. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide c = 32 cm y el cateto b = 11 cm. Resuelve el triángulo.

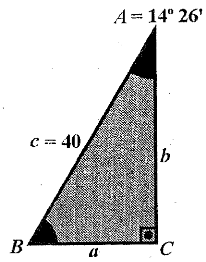


Cateto a: $a = \sqrt{32^2 - 11^2} = \sqrt{903} \cong 30'05$ cm

Ángulo B: $\text{sen } B = \dfrac{11}{32} \Rightarrow B$ = 20° 6' 20"

Ángulo A: A = 90° – B = 90° – 20° 6' 20" = 69° 53' 40"

Ejemplo. Resuelve un triángulo rectángulo ABC del que se conoce la hipotenusa c = 40 cm y el ángulo A = 14° 26'.

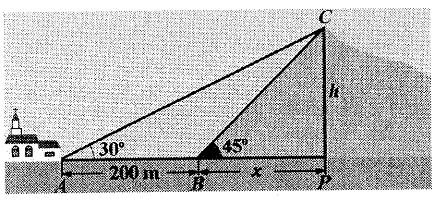


Ángulo B: B = 90° – A = 90° – 14° 26' = 75° 34'

Cateto a: $\text{sen } 14° 26' = \dfrac{a}{40} \Rightarrow a = 40 \cdot \text{sen } 14° 26' \cong 9'97$ cm

Cateto b: $\cos 14° 26' = \dfrac{b}{40} \Rightarrow b = 40 \cdot \cos 14° 26' \cong 38'74$ cm

Ejemplo. Tres amigos van a escalar un monte del que desconocen la altura. A la salida del pueblo han medido el ángulo de elevación, que mide 30°. Han avanzado 200 m hasta la base del monte y han vuelto a medir el ángulo de elevación, siendo ahora 45°. Calcula la altura del monte.



Notemos por $x = BP$ y $h = PC$.

En el triángulo rectángulo BPC tenemos:

$$\text{tg } 45° = \frac{h}{x} \quad [1]$$

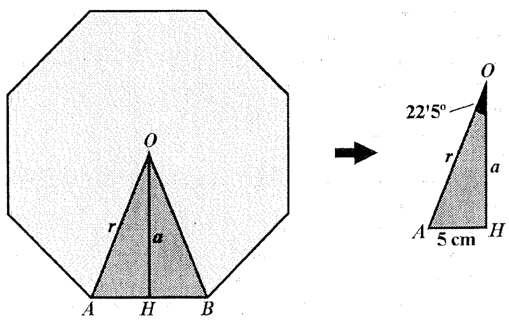
En el triángulo rectángulo APC:

$$\text{tg } 30° = \frac{h}{200 + x} \quad [2]$$

Ejemplo. Calcula el radio y la apotema de un octógono regular de lado 10 cm. Halla su área.

Se dibuja el octógono lo más exacto posible y unimos el centro con dos vértices consecutivos, por ejemplo, A y B. La apotema es $a = OH$, el radio $r = OA$ y AH el semilado, que mide 5 cm.

El ángulo central O del octógono regular mide 360° : 8 = 45°, y el ángulo mitad correspondiente, por tanto, 22'5°.



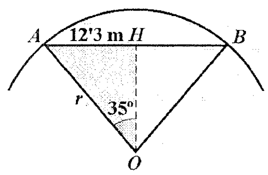
En el triángulo rectángulo OAH se conocen el ángulo O y el cateto opuesto AH. Aplicando las relaciones trigonométricas se tiene:

Valor del radio: $\operatorname{sen} 22'5^\circ = \dfrac{5}{r} \Rightarrow r = \dfrac{5}{\operatorname{sen} 22'5^\circ} \cong 13'06 \text{ cm}$

Valor de la apotema: $\operatorname{tg} 22'5^\circ = \dfrac{5}{a} \Rightarrow a = \dfrac{5}{\operatorname{tg} 22'5^\circ} \cong 12'07 \text{ cm}$

Valor del área: $A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{8 \cdot 10 \cdot \dfrac{5}{\operatorname{tg} 22'5^\circ}}{2} = \dfrac{200}{\operatorname{tg} 22'5^\circ} \cong 482'84 \text{ cm}^2$

Ejemplo. Halla el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda de 24'6 m tiene como arco correspondiente uno de 70°.

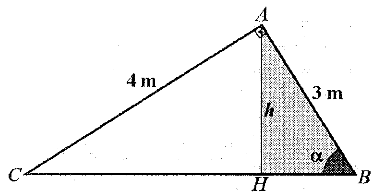


En la figura del margen se indica la construcción de un triángulo rectángulo donde aparece el radio buscado.

En el triángulo rectángulo *OAH* se conocen el ángulo *O* que vale 35° y el cateto opuesto *AH* que mide 12'3 m, mitas de la cuerda.

Valor del radio: $\operatorname{sen} 35^\circ = \dfrac{12'3}{r} \Rightarrow r = \dfrac{12'3}{\operatorname{sen} 35^\circ} \cong 21'44 \text{ cm}$

Ejemplo. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 y 4 m. Halla la altura correspondiente a la hipotenusa.



En el triángulo rectángulo *ABC* podemos hallar:

la hipotenusa *CB*, que mide $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$,

y el seno del ángulo α, $\operatorname{sen} \alpha = \dfrac{4}{5}$

En el triángulo rectángulo *AHB*, resulta:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{h}{3} \Rightarrow h = 3 \cdot \operatorname{sen} \alpha = 3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2'4 \text{ m}$$

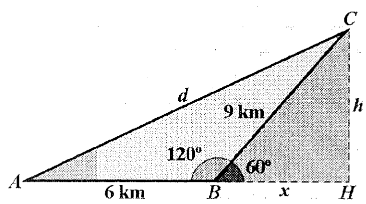
Resolvamos el sistema de ecuaciones formado por [1] y [2].

De [1] obtenemos que $1 = \dfrac{h}{x} \Rightarrow x = h$, y sustituimos en [2]:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{200 + h} \Rightarrow (200 + h)\operatorname{tg} 30^\circ = h \Rightarrow 200 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ + h \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = h \Rightarrow$$

$$200 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = h - h \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = h(1 - \operatorname{tg} 30^\circ) \Rightarrow h = \frac{200 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}{1 - \operatorname{tg} 30^\circ} \cong 273'21 \text{ m}$$

Ejemplo. Tres pueblos *A*, *B* y *C* están unidos por carreteras rectas y llanas. La distancia de *A* a *B* es 6 km y la de *B* a *C* es 9 km. El ángulo que forman las carreteras *AB* y *BC* es 120°. ¿Cuánto distan los pueblos *A* y *C*?



En el triángulo rectángulo *CBH* calculamos *x* y *h*:

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{h}{9} \Rightarrow h = 9 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{9} \Rightarrow x = 9 \cdot \cos 60^\circ$$

Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo *CAH* obtenemos la distancia entre los pueblos *A* y *C*:

$$d = \sqrt{(6 + x)^2 + h^2} = \sqrt{(6 + 9 \cdot \cos 60^\circ)^2 + (9 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ)^2} = \sqrt{110'25 + 60'75} = \sqrt{171} \cong 13'077 \text{ km}$$

Otra forma de resolver el problema es aplicando el teorema de Pitágoras generalizado:

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{9} \Rightarrow x = 9 \cdot \cos 60^\circ = \frac{9}{2}; \quad d^2 = 6^2 + 9^2 + 2 \cdot 6 \cdot x = 36 + 81 + 54 = 171 \Rightarrow d = \sqrt{171} \cong 13'077 \text{ km}$$

5. Determinar la medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo sabiendo que los catetos miden 254 cm y 156 cm respectivamente. Resp/298,08.

6. Si en un triángulo rectángulo la medida de la hipotenusa es 32 cm y la de uno de los catetos es 12 cm. Hallar la longitud del otro cateto. Resp/29,66 cm.

7. Hallar la longitud de la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 42 m y 144 m. Resp/150 m.

8. ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo si las longitudes de sus lados son 20 cm y 10 cm respectivamente? Resp/22,36 cm.

9. El largo de un rectángulo mide $5\sqrt{3}$ cm y su diagonal 10cm. Hallar la medida correspondiente al ancho del rectángulo. Resp/5 cm.

10. Hallar el área y el perímetro de un rectángulo sabiendo que la medida del ancho es 15 cm y la medida de la diagonal es 20 cm. Resp/Área 198,45 y Perímetro 56,46 centímetros respectivamente.

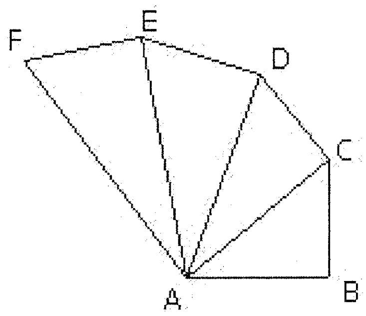
11. Calcular el perímetro y el área de un rectángulo cuya diagonal mide 2.5 cm y la altura 1.5 cm. Resp/P=12 cm y A=3 cm^2.

12. ¿ Cuánto mide la diagonal de un cuadrado si su lado mide 12 cm. ? Resp/16,97.

13. El lado de un cuadrado mide $5\sqrt{2}$ dm. Calcule la medida de la diagonal del cuadrado. Resp/10 dm.

14. Los catetos de un triángulo rectángulo isósceles miden $\sqrt{2}$ cm respectivamente, ¿cuál es la medida correspondiente a la hipotenusa? Resp/2 cm.

15. Encuéntrense las longitudes: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$ y $\overline{AF}$. De acuerdo a la figura adjunta, se tiene que AB=BC=CD=DE=EF=1. Asuma que los cuatro triángulos tienen ángulos rectos en B, C, D y E. Resp/$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2 y $\sqrt{5}$ respectivamente.



16. Los lados de un triángulo midem: 24 cm, 51 cm y 45 cm. ¿Es éste un triángulo rectángulo? Si lo es, ¿ cuál de los lados es la hipotenusa? Resp/Si.

17. Los lados de un triángulo midem: 11 m, 6 m y 9 m. ¿Es éste un triángulo rectángulo? Resp/No.

18. Determine la altura de un triángulo equilátero cuyo lado mide 10. Resp/$5\sqrt{3}$.

19. Determine la altura de un triángulo equilátero cuyo lado mide $24\sqrt{7}$. Resp/$12\sqrt{21}$.

20. Determine la altura de un triángulo equilátero cuyo lado mide 16,58. Resp/14,36.

21. Una persona viaja 8 km al norte, 3 km al oeste, 7 km al norte y 11 km al este. ¿ A qué distancia está la persona del punto original? ¿Cuánto camino recorrió en su totalidad ? Resp/17 y 29 km.

22. Un automóvil recorre 15 km hacia el norte, dobla hacia la derecha en ángulo recto y contínua 5 km más. Posteriormente dobla hacia el norte y recorre otros 10 km, terminando con 14 km hacia la izquierda en ángulo recto. ¿ A qué distancia se encuentra del punto original? ¿Cuánto camino recorrió? Resp/26,57 y 44 km.

23. Una persona camina 4 km hacia el norte y 3 km al oeste. Luego cambia hacia el norte y camina 8 km, por último camina 6 km más hacia el oeste. ¿A qué distancia se encuentra del origen? ¿ Cuánto camino recorrió esa persona? Resp/15 y 21 km.

24. Un triángulo isósceles la altura sobre la base mide 34 cm, la base mide 18 cm. ¿Cuál es la longitud de los lados congruentes? Resp/35,17.

25. Un triángulo isósceles la altura sobre la base mide 108 m, la base mide 56 m. ¿Cuál es la longitud de los lados congruentes? Resp/111,57.

26. Un triángulo isósceles la altura sobre el lado desigual mide 96 cm, el lado desigual mide 42 cm. ¿Cuál es la longitud de los lados congruentes? Resp/98,27.

27. Un triángulo isósceles la altura sobre el lado desigual mide 50 cm, los lados congruentes miden 77 cm cada uno. ¿Cuál es la longitud del lado desigual ? Resp/117,12.

28. Un triángulo isósceles la altura sobre la base mide 17 cm, los lados congruentes miden 23 cm cada uno. ¿Cuál es la longitud de la base ? Resp/30,98.

29. En un triángulo isósceles los lados congruentes miden 45 cada uno y el lado desigual mide 22 unidades. ¿Cuál es el valor de la áltura sobre el lado desigual? Resp/43,63.

30. El hueco de una ventana mide 41 pulgadas de ancho y 26 pulgadas de altura. ¿Puede introducirse por la ventana un mesa de ping-pong de 48 pulgadas de ancho? Resp/Si.

31. Una puerta mide 210 cm de altura por 80 cm de ancho. ¿Cuál es el ancho mayor que puede tener un tablero para que pase por esta puerta? Resp/224,72 cm.

32. Una escalera de 4.5 metros se coloca contra una pared con la base de la escalera a 2 metros de la pared. ¿ A qué altura del suelo está la parte más alta de la escalera ? Resp/4,03 m.

33. Una escalera de 6 metros se apoya contra una pared, quedando la parte superior de la misma a una altura de 5.4 metros. ¿A qué distancia esta el pie de la escalera de la base de la pared? Resp/2,62 m.

1. Resuelve los triángulos rectángulos ($\hat{A} = 90°$)

   a) $a = 5$, $\hat{B} = 30°$. b) $b = 2$, $c = 4$. c) $b = 6$, $\hat{C} = 59°$.

2. ¿Qué sombra arroja un semáforo de 3 m de altura cuando los rayos del sol caen con una inclinación de $35°18'20''$ con la horizontal?

3. Calcula el área de un pentágono inscrito en una circunferencia de radio $r = 15$ cm.

4. Si un triángulo isósceles, tiene de base el lado desigual 20 cm, y sus ángulos iguales son de $25°$, ¿cuál es su área?

5. Arrastramos una piedra, aplicando a la misma dos fuerzas de 25 y 40 Nw., formando entre ellas un ángulo de $14°$. Hallar la fuerza resultante.

6. Resuelve los siguientes triángulos:

   (a) $a = 5$; $\hat{B} = 40°$; $\hat{A} = 95°$.
   (b) $a = 10$; $c = 7$; $\hat{B} = 50°$.
   (c) $a = 15$; $b = 9$; $\hat{B} = 10°$.
   (d) $a = 8$; $b = 7$; $c = 3$.
   (e) $a = 7$; $b = 3$; $\hat{B} = 80°$.

7. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC, donde se conocen $a = 10$, $\hat{B} = 10°$ y $\hat{C} = 75°$.

8. Comprueba qué ocurre si se aplica el teorema del seno, en un triángulo rectángulo.

9. Halla el área y el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo de lados $a = 11$, $b = 14$ y $c = 16$.

10. Halla el área del triángulo $b = 5, \hat{A} = 30°, \hat{C} = 105°$.

11. El radio de la circunferencia circunscrita a un triángulo es 6 m. Dos de los ángulos del triángulo son $\hat{B} = 27°$ y $\hat{C} = 73°$. ¿Podemos hallar el resto de los elementos?

12. Un paralelogramo tiene por diagonales 30 cm y 20 cm y el ángulo que forman es de $36°$. ¿Cuánto miden sus lados?

13. Un triángulo tiene de área 20 cm^2, y sus ángulos son $33°, 97°$ y $50°$. Calcula el valor de sus lados.

14. Disponemos de una escalera de 3 m, y queremos que al apoyarla en la pared forme con la horizontal un ángulo de $75°$. ¿A qué distancia de la pared tendremos que colocar el pie de la escalera?

15. Al recorrer 100 m por una carretera, hemos ascendido 9 m. ¿Cuál es el ángulo que forma con la horizontal?

16. Un pastor observa que el ángulo desde el que se ve la cima de una montaña es de $50°$ con la horizontal, y si se acerca hacia ella 200 m, entonces el ángulo es de $60°$. ¿Cuál es la altura de la montaña? ¿A qué distancia de ella se encuentra?

17. Un poste, de los que sujetan la carpa de un circo, tiene una longitud de 5 m, y forma con la horizontal un ángulo de $105°$. El cable que une el extremo con el suelo mide 18 m. ¿A qué distancia del pie del poste, está amarrado el cable?

18. Una persona de $1,90$ m de altura, está a 50 m de distancia de un edificio de 30 m de altura. ¿Bajo qué ángulo ve el edificio?

19. Un cruce de dos carreteras rectas, forma un ángulo de $35°$. Desde el cruce parten simultáneamente dos motos, una por cada carretera. Si la primera lleva una velocidad de 70 Km/h y la segunda de 95 Km/h, ¿qué distancia les separa después de 45 minutos?

20. Del instituto a la casa de Macarena hay 420 m, la cual dista de la casa de Antonio 650 m, y éste para llegar al instituto tiene que andar 800 m. ¿Qué ángulo forman las rectas que unen el instituto con las casas de Macarena y de Antonio?

21. Desde un punto situado al Este de una torre contraincendios, se ve ésta bajo un ángulo de $45°$. Si nos alejamos 100 m hacia el Sur, el ángulo bajo el que se ve la torre es de $20°$. ¿Cuál es la altura de la torre?

22. Desde el punto más alto de la torre contraincendios del problema anterior, ¿bajo qué ángulo se ven los dos puntos de observación que hicimos?

23. Dos amigos están en campo abierto a una distancia de 2 Km, y observan un globo aerostático, que está en el mismo plano vertical que ellos, bajo ángulos de $40°$ y $55°$ respectivamente. ¿Qué distancia hay desde cada uno de ellos al globo? ¿Qué altura tiene el globo?

24. Un barco está anclado en un punto del mar, equidistante del faro y de la torre de telecomunicaciones, y los ve bajo un ángulo de $45°$. Si la torre dista del faro 4 Km, ¿a qué distancia se encuentra el barco?

25. Dos árboles C y D se encuentran inaccesibles a la otra orilla del río, y queremos saber la distancia que los separa. Desde dos puntos A y B situados en esta orilla, hacemos la siguientes mediciones: $\overline{AB} = 100$ m, $\widehat{CAB} = 85°$, $\widehat{DAB} = 40°$, $\widehat{DBA} = 38°$, $\widehat{CBA} = 19°50'$. Representar la situación y determinar la distancia que separa C y D.

26. Ana y Cristina, están jugando a la petanca. Ana lanza su bola y queda a 25 cm de la bola de muestra. Cristina lanza la suya y queda a 3 cm de la bola que lanzó Ana. Si el ángulo que une la bola de muestra con ambas bolas es de $5°$, ¿qué bola está más cerca de la muestra?

27. Dos cilindros de 50 y 30 cm están en contacto, y pueden rodar por una superficie horizontal. Si sobre ellos apoyamos un tablón, ¿qué ángulo forma con la horizontal?

28. Un pirulí de T.V. se compone de una estructura de hormigón y encima una antena. Desde un punto del suelo se ve la antena bajo un ángulo de $10°$ y la estructura bajo un ángulo de $30°$. Si avanzamos 30 metros, la estructura se ve bajo un ángulo de $45°$. Calcula la altura de ambas partes.

29. Las rectas tangentes a dos circunferencias secantes de radios 8 y 11 cm, forman un ángulo de $25°$. ¿Cuál es la distancia entre sus centros?

30. La base de una pirámide es un cuadrado de 250 m de lado y el ángulo que forman sus caras con el suelo es de $50°$. Halla la altura de la pirámide, la arista, el ángulo que forman arista-base y el volumen.

31. A partir del teorema del seno, demuestra el teorema de las tangentes, que dice:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg} \dfrac{A-B}{2}}{\operatorname{tg} \dfrac{A+B}{2}}$$

(Indicación: En una proporción, si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}).$$

32. Con un teodolito de $1,5$ m de altura, situado a 75 m de una torre, se ha observado ésta bajo un ángulo de $40°$. Halla la altura de la torre.

33. A y B son dos picos de dos montañas inaccesibles. Desde dos puntos C y D, separados 100 m, en el llano que hay entre las montañas se han podido medir los ángulos $\widehat{ACD} = 75°$, $\widehat{BCD} = 35°$, $\widehat{BDC} = 105°$ y $\widehat{ADC} = 39°$. ¿Cuál es la distancia entre los picos de las dos montañas?

34. En un cubo de lado l, inscribimos y circunscribimos dos esferas, lo único que sabemos es que la esfera menor tiene 1 m de radio. ¿Cuánto vale l? ¿y el radio de la circunferencia circunscrita?

35. Dos carreteras rectas se cortan con un ángulo de $42°$. Un automóvil parte del cruce a 95 Km/h. y en el mismo instante una moto sale del cruce por la otra carretera a 80 Km/h. ¿Qué distancia separa a ambos vehículos después de 1 hora y media?

1. Los catetos de un triángulo rectángulo miden $a = 8$ cm y $b = 24$ cm. Resuelve el triángulo.
$c \cong 25'3$ $\quad A = 18^\circ\ 26'\ 6''$ $\quad B = 71^\circ\ 33'\ 54''$ $\quad C = 90^\circ$

2. En un triángulo rectángulo ABC se conocen el cateto $a = 102'4$ cm y el ángulo $A = 55^\circ$. Resuelve el triángulo.
$b \cong 71'70$ $\quad c \cong 125$ $\quad$ B = 35º $\quad$ C = 90º

3. Calcula el área de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de radio 9 cm.
Área pentágono = $405 \cdot \text{sen } 36^\circ \cdot \cos 36^\circ \cong 192'59$ cm^2.

4. En una circunferencia de radio 100 cm, se traza una cuerda que mide 50 cm. ¿Cuánto mide el ángulo central que determinan los extremos de la cuerda?
El ángulo central que determina los extremos de la cuerda tiene una amplitud de 28º 57' 18".

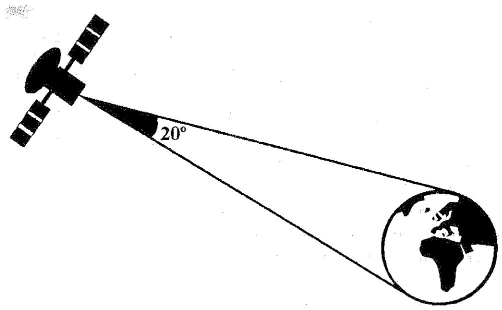
5. La longitud del lado de un octógono regular es 12 cm. Halla el área de la corona circular formada por las circunferencias inscrita y circunscrita al mismo.
La corona circular tiene un área aproximada de $35'9023\pi \cong 112'79$ cm^2.

6. Dos lados de un triángulo miden 12 cm y 20 cm y el ángulo que forman estos lados 130º. ¿Cuánto mide el tercer lado? Halla el área del triángulo.
El tercer lado mide $\sqrt{544 + 480 \cdot \cos 50^\circ} \cong 29'2$ cm. El área del triángulo es $120 \cdot \text{sen } 50^\circ \cong 91'93$ cm^2.

7. Calcula la altura a la que se encuentra una cometa cuyo hilo de 32 m de longitud forma con el suelo un ángulo de elevación de 35º.
La cometa se encuentra a una altura de $32 \cdot \text{sen } 35^\circ \cong 18'35$ metros.

8. En un determinado momento del día los rayos solares forman con el suelo un ángulo de 40º. En ese instante la sombra de un árbol mide 30 m, ¿cuál es la altura del árbol?
El árbol mide $30 \cdot \text{tg } 40^\circ \cong 25'17$ metros.

9. Desde una nave espacial se ve la Tierra bajo un ángulo de 20º (ángulo que forman las tangentes a la Tierra desde la nave). Siendo el radio de la Tierra 6.370 km, halla la distancia de la nave a la superficie terrestre.

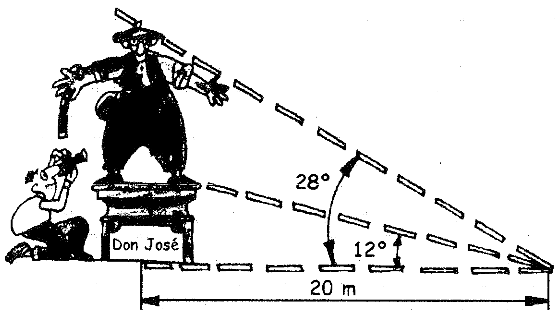


La distancia pedida es:

$$\frac{6.370}{\text{sen } 10^\circ} - 6.370 \cong 30.313'37 \text{ km.}$$

10. Desde la orilla de un río se ve un árbol en la otra orilla bajo un ángulo de 45º, y si se retrocede 40 m, se ve bajo un ángulo de 30º. Halla la altura del árbol y el ancho del río.
La altura del árbol y el ancho del río miden lo mismo, concretamente $\frac{40\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \cong 54'64$ metros.

11. En tu ciudad hay una estatua situada sobre un pedestal. Con un teodolito y una cinta métrica obtenéis las medidas que aparecen en el dibujo. Calcula la altura del pedestal y de la estatua.



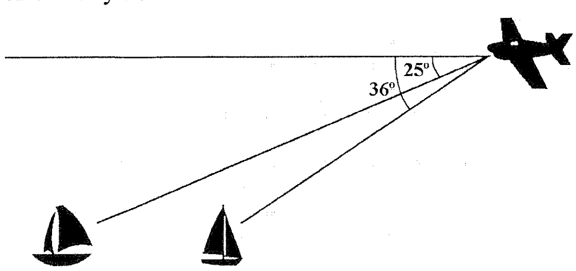
Altura del pedestal:

$$20 \cdot \text{tg } 12^\circ \cong 4'25 \text{ m}$$

Altura de la estatua:

$$20 \cdot (\text{tg } 28^\circ - \text{tg } 12^\circ) \cong 6'38 \text{ m}$$

12. Desde una avioneta que vuela a una altura de 300 metros sobre el nivel del mar se observan dos embarcaciones situadas en el mismo plano sobre la visual. Halla la distancia entre las mismas si los ángulos de depresión respectivos son de 25º y 36º.



Dependiendo de cómo se resuelva el ejercicio tenemos dos expresiones para la solución del mismo:

1ª) $300 \cdot (\text{tg } 65^\circ - \text{tg } 54^\circ) \cong 230'44$ metros

2ª) $\frac{300 \cdot (\text{tg } 36^\circ - \text{tg } 25^\circ)}{\text{tg } 36^\circ \cdot \text{tg } 25^\circ} \cong 230'44$ metros

1. Resuelve los triángulos rectángulos, en los que A=90°: a) b=3, c=3; b) a=5; B=37°; c) c=15, b=8.
Sol: a) B=45°, C=45°, b=3 2 ; b) C=53°, b=3, c=4; c) a=17, C=61,9°, B=28,1°

2. La base de un triángulo isósceles mide 60 cm y los lados iguales 50 cm. Calcula sus ángulos. Sol: 53°, 53°, 74°.

3. Sabiendo que en un triángulo A=90°, a=13 cm y b=12 cm. Hallar el otro lado y los otros ángulos. Sol: c=5, B=67,4°, C=22,6°

4. Resuelve el triángulo, rectángulo en A, sabiendo que: B=30° y b=4 cm. ¿Cuál es su área?. Sol: C=60°; b=4 3 cm; a=8 cm; S=8 3 cm2.

5. Resuelve el triángulo isósceles ABC, en el que el ángulo desigual es A, conociendo: a) c=10 m y a=12 m; b) A=120° y c=2 m; c) B=45° y a=10 m.
Sol: a) C=B=53°; A=74°; b=c=10; b) B=C=30°; b=c=2, a=2 3; c)
B=C=45°, A=90°, b=c=5 2 .

6. La base de un triángulo isósceles mide 20 m y el ángulo opuesto 74°.
Calcula los lados y la superficie.
Sol: x=50/3; S=400/3 m2.

7. ¿Son posibles los triángulos de medidas?: a) a=30; b=20; c=60 cm; b) b=50; c=4 m; B=60°; c) a=5; b=32; c=4 m; d) b=60; c=90 cm; C=30°.
Sol: a) No; b) No; c) No; d) Sí

8. Calcula la superficie de un triángulo sabiendo que los lados a y b miden respectivamente 20 y 30 cm. y que el ángulo C es de 30°.
Sol: 150 cm2.

9. Resuelve los triángulos: a) a=6; B=45°; A=75°; b) A=90°; B=30°, a=6.
Sol: a) b=4,4; c=5,4; C=60°; b) C=60°, b=3, c=3%3

10. Resuelve los triángulos: a) a=20 m; B=45°; C=65°; b) c=6 m, A=105°, B=35°. c) b=40 m; c=30 m, A=60°.
Sol: a) A=70, b=15, c= 19,3; b) C=40, a=9, b=5,35; c) a=36, B=71°, C=46°

11. En un triángulo el ángulo A mide 75°, el ángulo B 35° y el lado a 30 m. a) Calcula el resto de los elementos del triángulo y su área. b) Haz lo mismo para el triángulo de elementos: A=100°, B=30°, b=20 m.
Sol: a) C=70°, b=17,8, c=29,2; Area=250,9 m2 b) C=50°, a=39,4, c=30,64; Area=301,75 m2

12. Dado el triángulo de vértices A,B,C. Sabiendo que A=60°, B=45° y que b= 20 m. Resolverlo y calcular su área. Sol: C=75°; a=24,5 m; c=27,3 m; S=236,4 m2.

13. Resuelve el triángulo ABC, en el cual A = 30°, b = 3 m, c = 4 m. Calcular el resto de los valores y el área. Sol: B=46,9°; C=103,1°; a=2,05; S=3 m2.

14. Resuelve, sin emplear calculadora, los triángulos en los que se conocen estos datos:
a) a = 20 m, B = 45° y C = 75°;
b) b = 12 cm, A = 15° y B = 30°;
c) A = 90°, B = 60° y a = 20 m.

Sol: a) A=60°, b=20 2 / 3, c=10(6+ 2)/3; b) C=135°, a=12 2-3 ,
c=12 2 ; c) C=30°, a=10 3, c=10

1. ¿A qué cuadrante pertenecen los siguientes ángulos?

   300º, 192º, 93º, 180º 1', 150º, 35º

2. Suponiendo que a es la hipotenusa, b y c los catetos de un triángulo rectángulo. Encontrar lo que se pide:

   1).- a = ? si b = 5 c = 8

   2).- b = ? si a =3 c = 10

   3).- c = ? si a = 10 b = 15

   4).- a = ? si b = 7 c = 9

   5).- b = ? si a = 6 c = 10

3. Expresar en grados, minutos y segundos los ángulos que miden 23,18º , 107,03º
4. Calcular sen a, cos α y tg α en los siguientes casos.
   a) b = 5 ; c = 3.
   b) a = 10 ; b = 6.
5. Hallar el área de un triángulo rectángulo en el cual un ángulo mide 30º y la hipotenusa mide 4.
6. Hallar los ángulos del triángulo rectángulo cuyos catetos miden 30 y 35.
7. En un triángulo sabemos que la hipotenusa mide 4 cm y la tangente del ángulo que esta determina con la base es igual a 0,2. Calcular el área de dicho triángulo.
8. Un poste de teléfono está sujeto por medio de varios cables que parten del extremo superior. Uno de estos cables está atado a una estaca situada a 5 m del pie del poste y forma con la horizontal un ángulo de 60º. Calcular la altura del poste y la longitud del cable.
9. En un triángulo isósceles la altura correspondiente a la base mide el doble que esta. Hallar el valor de sus ángulos.

1 De un triángulo rectángulo ABC, se conocen a = 5 m y B = 41.7°. Resolver el triángulo

2 De un triángulo rectángulo ABC, se conocen b = 3 m y B = 54.6°. Resolver el triángulo.

3 De un triángulo rectángulo ABC, se conocen a = 6 m y b = 4 m. Resolver el triángulo.

4 De un triángulo rectángulo ABC, se conocen b = 3 m y c = 5 m. Resolver el triángulo.

5 Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.

6 Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12°. ¿A qué distancia del pueblo se halla?

7 Hallar el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda de 24.6 m tiene como arco correspondiente uno de 70°

8 Calcular el área de una parcela triangular, sabiendo que dos de sus lados miden 80 m y 130 m, y forman entre ellos un ángulo de 70°.

9 Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60°.

10 La longitud del lado de un octógono regular es 12 m. Hallar los radios de la circunferencia inscrita y circunscrita.

34. Una escalera telescópica de 36 metros se apoya sobre un edificio en llamas. La base de la escalera está a 10 metros del edificio. ¿ Qué altura alcanzará la escalera? Resp/34,58 m.

35. Las diagonales de un rombo miden 16cm y 10 cm respectivamente. ¿ Cuánto mide cada uno de los lados? Calcule el área del rombo. Resp/9,43 cm y A=80 cm^2.

36. Las diagonales de un rombo miden 125.87 cm y 89.41 cm respectivamente. ¿ Cuánto mide cada uno de los lados? Calcule el área del rombo. Resp/77,2 cm y A=5627,02 cm^2.

37. Las diagonales de un rombo miden 102.66 cm y 75.28 cm, ¿cuánto mide cada uno de los lados? ¿cuál es el valor del perímetro y el área del rombo? Resp/63,65 cm, P=254,6 cm y A=3864 cm^2.

38. Un lado de un rombo mide 45.62 dm y una de sus diagonales mide 52.48 dm. ¿Cuánto mide la otra diagonal? ¿Cuál es el perímetro del rombo? Cuál es el área del rombo? Resp/D=74,64 dm, P=182,48 dm y A=1958,55 dm^2.

39. Un lado de un rombo mide 125.91 y una de las diagonales mide 95.04, ¿cuánto mide la otra diagonal ? ¿cuál es el área y el perímetro del rombo? Resp/d=233,2 unidades; P=503,64 unidades y A=11081,66 unidades cuadradas.

40. Un lado de un rombo mide 36.82 y una de las diagonales mide 23.92, ¿cuánto mide la otra diagonal ? ¿cuál es el perímetro y el área del rombo? Resp/d=69,65 unidades; P=147,28 unidades y A=833 unidades cuadradas.

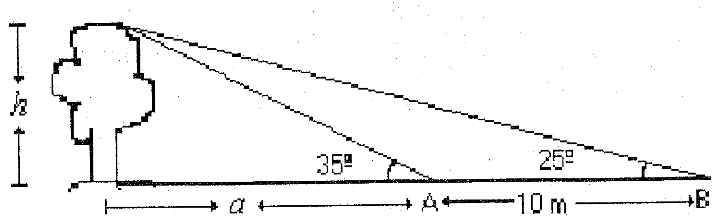
3. Se desea construir una escalera para comunicar dos niveles de una vivienda. La diferencia de altura entre ambos niveles es de 2,5 metros y las medidas de los escalones deben ser de 30 cm de pie y de 25 cm de altura. Calcular el ángulo de inclinación de la escalera, medido desde el suelo.

4. Un observador se encuentra en el punto más alto de un edificio de 120 metros de altura. Desde allí observa el punto más alto de otro edificio vecino con un ángulo de elevación de 30°. Sabiendo que la distancia entre ambos edificios es de 50 metros, calcular la altura del segundo edificio.

5. Desde un globo aerostático ubicado a una altura de 200 m s.n.m, un observador mira hacia el Oeste y ve una embarcación bajo un ángulo de depresión de 40°. El observador luego mira hacia el Sur y observa otra embarcación bajo un ángulo de depresión de 60°. Calcular la distancia que existe entre ambas embarcaciones.

6. Calcular la altura de una pirámide de base cuadrada cuya base tiene una superficie de 1600 m^2 , sabiendo que los lados de la misma están formados por triángulos equiláteros.

Ejemplo: *Un árbol y un observador se encuentran en orillas opuestas de un río. El observador mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto del árbol y obtiene 35 °; retrocede 10 m. y mide el nuevo ángulo, obteniendo un valor de 25 ° . ¿Qué altura tiene el árbol?, y ¿ cuál es el ancho del río?*
Llamando *h* a la altura del árbol y *a* el ancho del río, el gráfico muestra los datos del problema

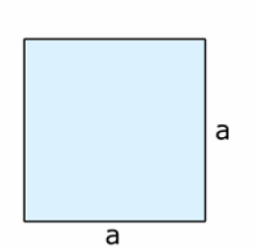


Tema 4

GEOMETRÍA

A = Área, P = Perímetro, V = Volumen

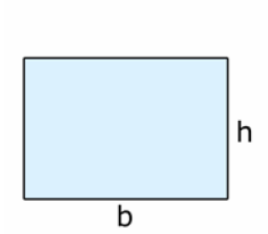
Cuadrado



$$A = a^2$$

$$P = 4a$$

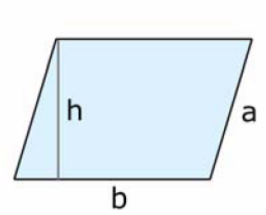
Rectángulo



$$A = b \cdot h$$

$$P = 2b + 2h$$

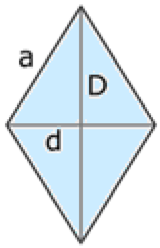
Paralelogramo



$$A = b \cdot h$$

$$P = 2b + 2a$$

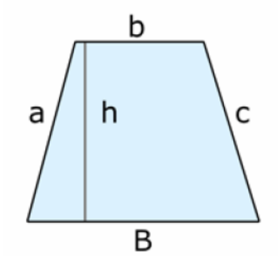
Rombo



$$A = \frac{d \cdot D}{2}$$

$$P = 4a$$

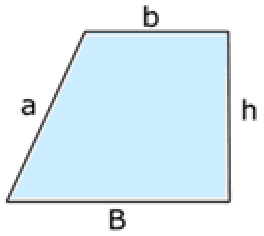
Trapecio



$$A = \frac{b + B}{2} h$$

$$P = a + b + B + c$$

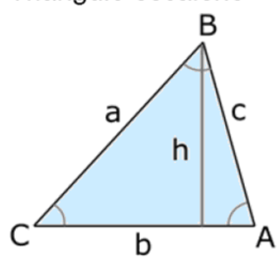
Trapecio recto



$$A = \frac{b + B}{2} h$$

$$P = a + b + B + h$$

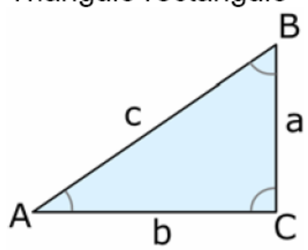
Triángulo escaleno



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$P = a + b + c$$

Triángulo rectángulo

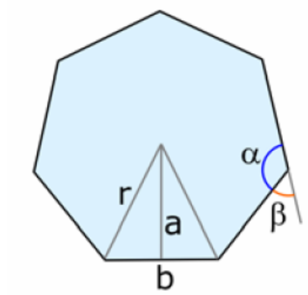


$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$P = a + b + c$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

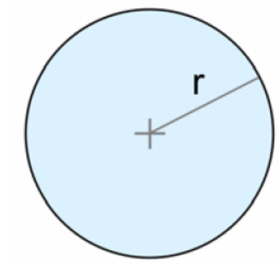
Polígono regular de *n* lados



$$A = \frac{n \cdot a \cdot b}{2}$$

$$P = n \cdot b$$

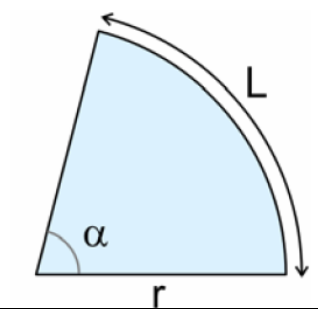
Círculo



$$A = \pi r^2$$

$$P = 2\pi r$$

Sector circular

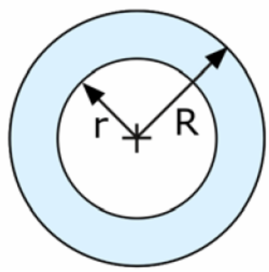


$$A = \pi r^2 \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$L = \pi r \frac{\alpha}{180^\circ}$$

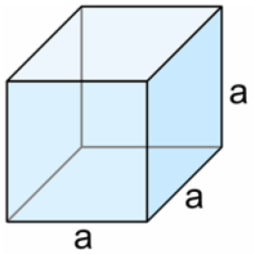
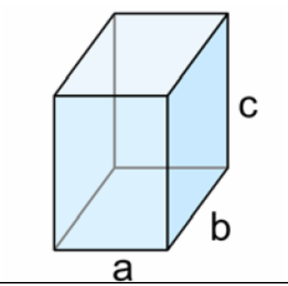
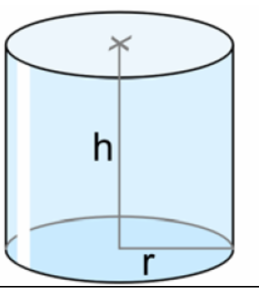
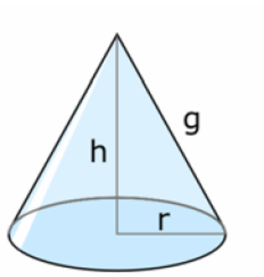
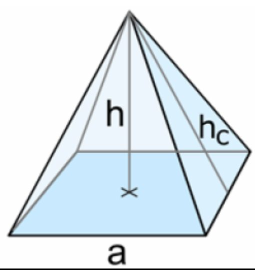
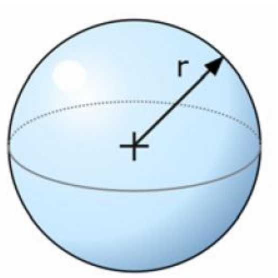
$$P = 2r + L$$

Corona circular



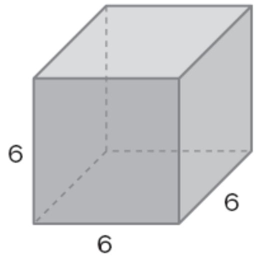
$$A = \pi \left(R^2 - r^2\right)$$

$$P = 2\pi (R + r)$$

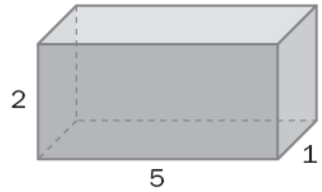
Cubo (hexaedro)  	$A = 6\,a^2$ $V = a^3$
Prisma recto  	$A = 2a\cdot b + 2a\cdot c + 2b\cdot c$ $V = a\cdot b\cdot c$
Cilindro  	$A_{TOTAL} = 2\pi\, r\,(h + r)$ $A_{BASES} = 2\pi\, r^2$ $A_{LATERAL} = 2\pi\, r\cdot h$ $V = \pi\cdot r^2\cdot h$
Cono  	$A_{TOTAL} = \pi\, r\cdot g + \pi\, r^2$ $A_{BASE} = \pi\, r^2$ $A_{LATERAL} = \pi\, r\cdot g$ $V = \dfrac{\pi\, r^2\cdot h}{3}$ $g^2 = h^2 + r^2$
Pirámide  	$A_{TOTAL} = A_{LAT} + A_{BASE}$ $A_{LAT} = \dfrac{\text{Perímetro}_{BASE}\cdot h_C}{2}$ $V = \dfrac{A_{BASE}\cdot h}{3}$
Esfera  	$A = 4\pi\cdot r^2$ $V = \dfrac{4\pi\cdot r^3}{3}$

14.1 **Calcula el área de los ortoedros cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.**

a)

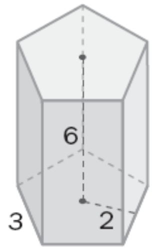


b)

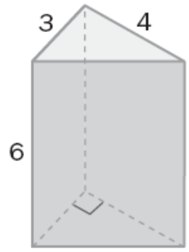


14.2 **Calcula el área total de los siguientes prismas cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.**

a)

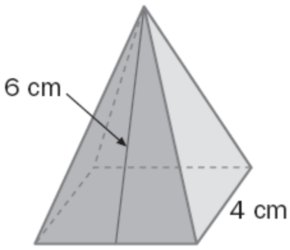


b)

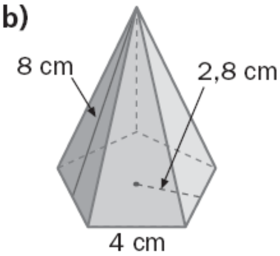


14.3 **Calcula el área total de las siguientes pirámides.**

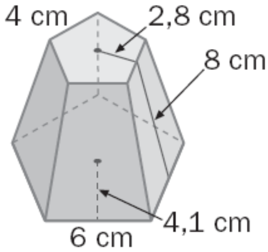
a)



b)



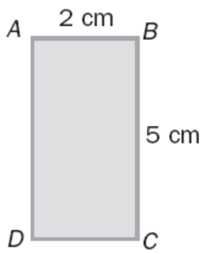
14.4 **Calcula el área de este tronco de pirámide.**



14.5 **Dibuja un cilindro de 4 centímetros de diámetro y 6 centímetros de altura. Calcula su área total.**

14.6 **El diámetro de un cilindro mide 5 centímetros, y su altura, el triple del radio. Calcular la superficie lateral.**

14.7 **Al girar el rectángulo alrededor del lado AB genera un cilindro, y al girar alrededor del lado AD genera otro cilindro. ¿Tienen la misma área? Compruébalo calculando ambas áreas.**



14.8 **El radio de un cono mide 2,5 centímetros, y la generatriz, 7. Calcula su área total.**

14.9 **El diámetro de un cono mide 12 centímetros, y la altura, 8. Calcula su área total.**

14.10 **Los radios de las bases de un tronco de cono miden 5 y 2 centímetros respectivamente, y la altura, 4 centímetros. Calcula el área total del tronco de cono.**

14.11 **Calcula el área de las esferas cuyo radio se indica.**

a) 2 cm **b) 4,75 dm** **c) 0,5 m**

14.12 **El diámetro de una ensaladera semiesférica mide 22 centímetros. Calcula su superficie.**

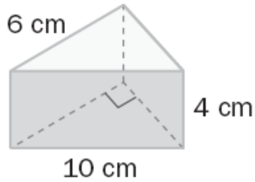
14.13 **El diámetro del planeta Marte mide 6 795 kilómetros. ¿Cuánto mide su superficie?**

14.14 **Calcula el diámetro de las esferas cuya superficie es la que se indica.**

a) 50 cm² **b) 100 m²** **c) 1 dm²**

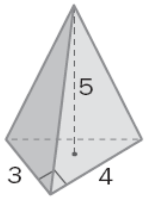
14.19 **Calcula el volumen de un prisma hexagonal regular, siendo el lado de su base 8 centímetros, la apotema 7 centímetros, y la altura del prisma 20 centímetros.**

14.20 **Calcula el volumen del prisma de la figura.**

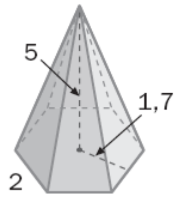


14.21 **Calcula el volumen de estas pirámides, cuyas dimensiones vienen dadas en centímetros.**

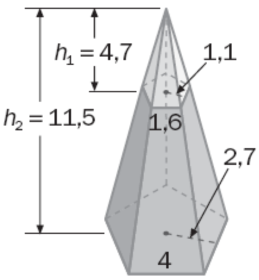
a)



b)



14.22 **Calcula el volumen del tronco de pirámide, cuyas medidas vienen dadas en centímetros.**



14.23 **Calcula el volumen de estos cilindros:**

a) r = **5 cm;** h = **12 cm** **b)** d = **8 dm;** h = **1 m**

14.24 **Calcula el volumen de estos conos.**

a) d = **1 dm;** h = **2**r **b)** d = **12 cm;** g = **10 cm**

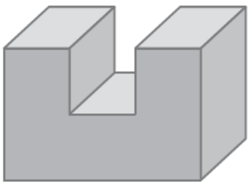
14.25 **Calcula el volumen en metros cúbicos de una esfera cuyo diámetro mide 100 centímetros.**

14.26 **La circunferencia de un balón reglamentario de voleibol mide 65 centímetros. Calcula el volumen de dicho balón.**

14.27 **En un recipiente con forma de prisma de base un cuadrado de 8 centímetros de lado y altura 12 centímetros se introduce una bola de hierro de 8 centímetros de diámetro. Calcula el volumen de agua necesario para llenar el recipiente.**

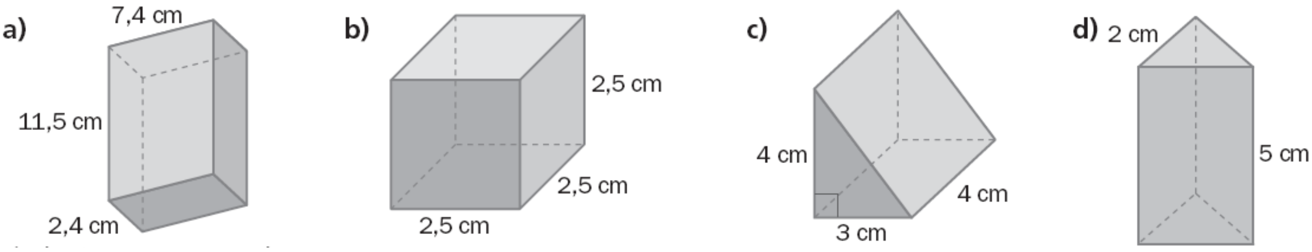
14.28 **Sabiendo que la masa de 1 centímetro cúbico de hierro es 7,8 gramos, ¿cuántas bolas de hierro de 2 centímetros de diámetro necesitaremos reunir para completar una masa de 1 kilogramo?**

14.29 **El volumen del cuerpo de la figura es de 135 centímetros cúbicos. Calcula el área total.**



14.30 **Queremos hacer un** tetra brik **de base cuadrada de 6 centímetros de lado y con capacidad de medio litro. ¿Cuánto cartón necesitamos?**

14.37 **Calcula el área total de los prismas representados en las figuras.**



14.38 **Calcula el área total de los prismas regulares cuyas dimensiones son las siguientes.**

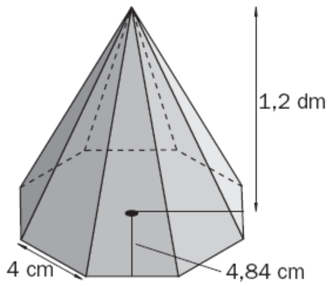
a) Base: cuadrado de 6 centímetros de lado. Altura: 1,5 decímetros.

b) Base: octógono de 6 centímetros de lado y 7,25 centímetros de apotema. Altura: 1,8 decímetros.

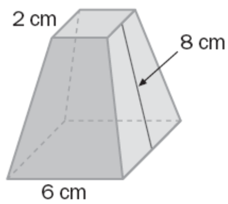
14.39 **Calcula el área total de las pirámides representadas en estas figuras:**

14.40 **Calcula el área total de la pirámide regular cuya base es un cuadrado de 5 centímetros de lado. La apotema de la pirámide mide 1 decímetro.**

14.41 **Dibuja una pirámide regular cuya base es un octógono de 4 centímetros de lado y 4,84 centímetros de apotema. La altura de la pirámide mide 1,2 decímetros. Calcula el área total de esta pirámide.**



14.42 **Calcula el área total del tronco de pirámide regular representado en la figura.**



14.43 **Calcula el área de los cilindros cuyas dimensiones son:**

a) Radio: 2,5 cm. Altura: 1,2 dm.

b) Diámetro: 4,8 cm. Altura: 0,8 dm.

14.44 **Calcula el área total de los conos cuyas dimensiones son las siguientes.**

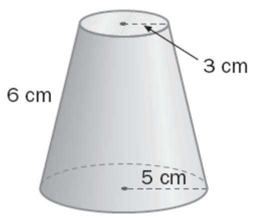
a) Radio: 2,5 cm. Generatriz: 1,2 dm.

b) Diámetro: 24 cm. Altura: 1,6 dm.

14.45 **Los datos siguientes corresponden a radios de esferas. Calcula el área de las mismas y exprésala en centímetros cuadrados.**

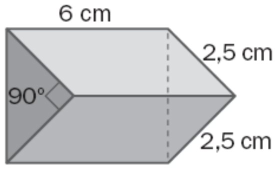
a) 1 dm **b) 0,02 m** **c) 150 mm** **d) 0,0001 dam**

14.46 **Calcula el área total del tronco de cono representado en la figura.**

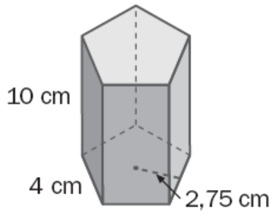


14.51 **Calcula el volumen de estos prismas.**

a)

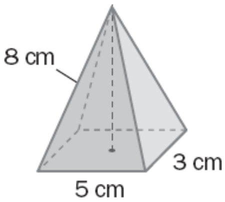


b)

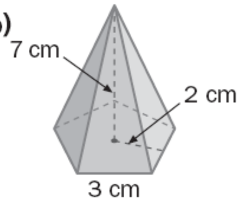


14.52 **Halla el volumen de las pirámides y del tronco de pirámide.**

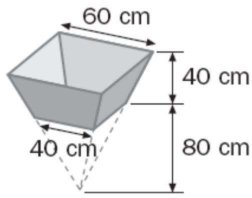
a)



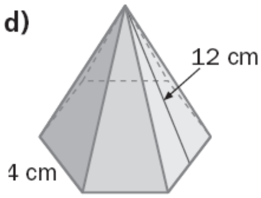
b)



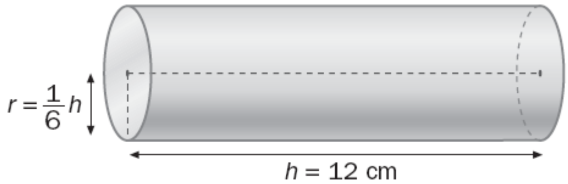
c)



d)



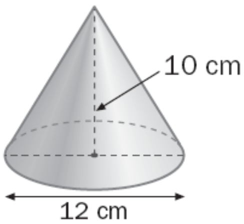
14.53 **Calcula el volumen de este cilindro.**



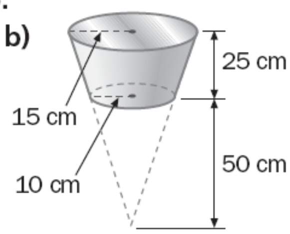
14.54 **Calcula el volumen de un cilindro de12 centímetros de diámetro y de altura igual a la mitad del radio.**

14.55 **Halla el volumen del cono y del tronco de cono.**

a)

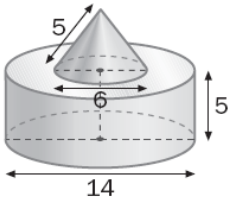


b)

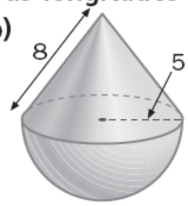


14.56 **Calcula el volumen de los siguientes cuerpos, cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.**

a)

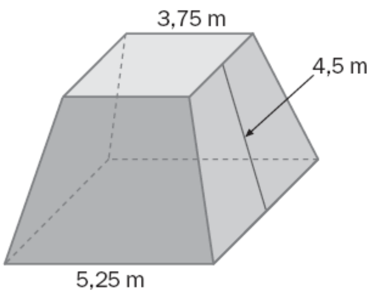


b)



14.57 **Se ha medido la cubierta de un libro y se han obtenido estos resultados: ancho, 18 centímetros; alto, 24 centímetros; lomo, 3,5. Calcula la superficie de cartulina de la cubierta.**

14.58 **Calcula cuántos metros cuadrados de madera se necesitan para construir el podio representado en la figura si no tiene base inferior; es decir, se apoya directamente sobre el suelo.**

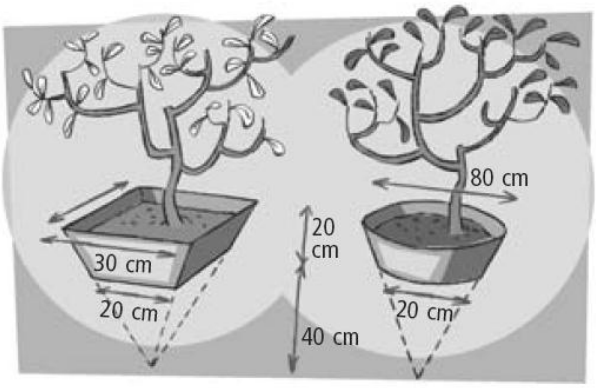


14.59 **Las dimensiones de una papelera cilíndrica son: 20 centímetros de diámetro y 31 centímetros de altura. Calcula la superficie de material que se ha necesitado para fabricarla.**

14.61 **La altura de un embudo de hojalata, excluyendo el tubo de salida, mide 26 centímetros, y el diámetro, 30. Si el metro cuadrado de hojalata pesa 3,25 kilogramos, ¿cuánto pesará el embudo?**

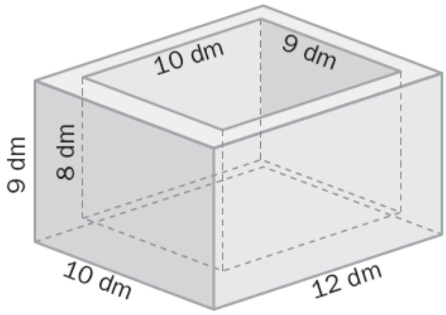
14.68 **Calcula el área lateral de un prisma regular de 5 centímetros de altura, siendo su base un hexágono de 1,5 centímetros de lado.**

14.60 **Las figuras representan jardineras. ¿En cuáles de ellas hay que echar más tierra para que se llenen?**

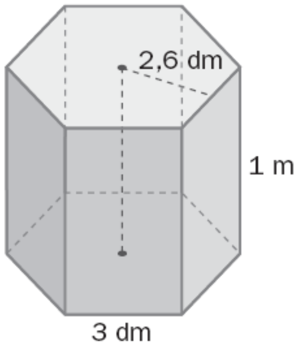


14.62 **Las paredes de una cocina están recubiertas de azulejos cuadrados de 15 centímetros de lado. Las dimensiones de la cocina son: largo, 3,75 metros; ancho, 2,25, y alto, 2,50. La puerta mide 85 por 210 centímetros, y la ventana es cuadrada de 135 centímetros de lado. ¿Cuántos azulejos se han necesitado para recubrir la cocina?**

14.65 **Un decímetro cúbico del material con el que está construido el recipiente representado en la figura pesa 7,8 kilogramos. Calcula cuánto pesa el recipiente.**

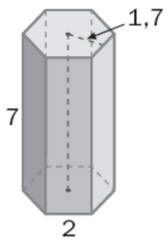


14.66 **Calcula cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito de la figura si se echan 85 litros por minuto.**

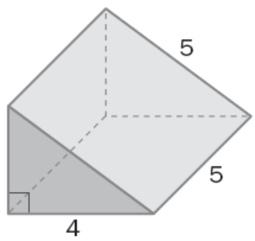


14.69 **Calcula el área total de los siguientes cuerpos. (Las longitudes vienen dadas en centímetros).**

a)

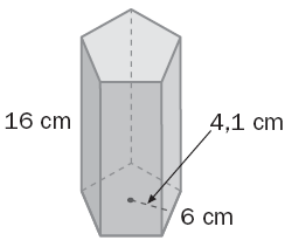


b)

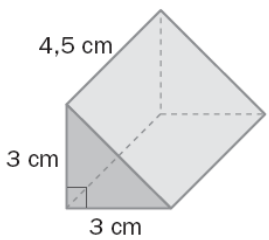


14.73 **Calcula el volumen de los siguientes prismas.**

a)

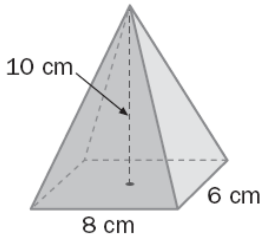


b)

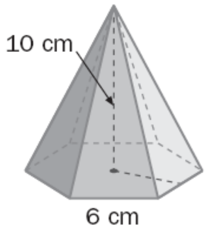


14.74 **Calcula el volumen de las siguientes pirámides.**

a)

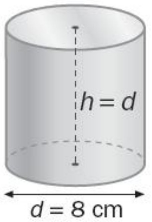


b)

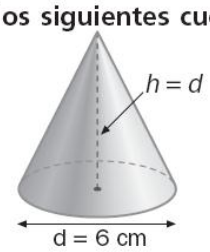


14.75 **Calcula el volumen de los siguientes cuerpos.**

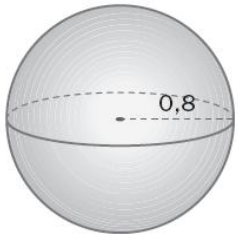
a)



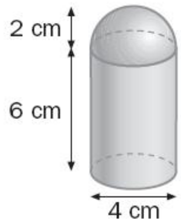
b)



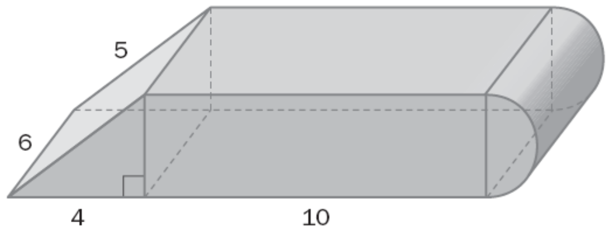
c)



d)



14.76 **La figura representa una pieza de madera, a la que hay que recubrir con una capa de pintura. ¿Qué superficie hay que pintar? (Las longitudes vienen expresadas en centímetros.)**



14.78 **Caja de diseño**

Una empresa que elabora piezas de bisutería encarga a otra que hace envases la fabricación de cajas de metal con las siguientes especificaciones:

- **Las cajas deben tener forma de ortoedro cuya base sea un rectángulo en el que una de sus dimensiones sea doble de la otra.**
- **La altura de las cajas debe coincidir con la medida menor de la base.**

a) Haz un esquema que represente la caja que han encargado.

b) Calcula la superficie total de la caja en función de la medida del lado en centímetros.

14.79 **La tercera condición**

Los diseñadores han decidido añadir una nueva condición a las anteriores.

- **El número, en centímetros cuadrados, que expresa la superficie total de las seis caras debe coincidir con el número que represente el volumen en centímetros cúbicos.**

¿Cuáles son las dimensiones de la caja?

14.80 **La alberca**

Una alberca tiene forma de ortoedro cuya base es un rectángulo de 4 metros de ancho por 2 de largo. El depósito se llena gracias al agua suministrada por tres caños con el siguiente caudal:

Caño A	40 L/min
Caño B	30 L/min
Caño C	25 L/min

Esta mañana, César ha comprobado que la altura del nivel del agua era de 1,5 metros. ¿Cuántos metros cúbicos contendrá la alberca 2 horas después?

14.A4 **En un depósito cilíndrico de 1 metro de diámetro y 1,5 metros de altura se vierten 40 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse?**

14.A6 **Una lata cilíndrica de conservas tiene 11 centímetros de altura y 10 centímetros de diámetro. El papel que la rodea se desprende, ¿qué figura es y cuáles son sus dimensiones?**

14.A7 **¿Cuántos hectolitros de líquido puede contener una tolva cónica de 8 metros de diámetro y 5 metros de generatriz?**

14.A8 **Determina la fórmula que da el volumen de los cilindros de altura 15 centímetros de altura. Si se duplica el valor del radio, ¿qué ocurrirá con el valor del volumen? ¿Por qué?**

Tema 5

FUNCIONES

Tema 5 – FUNCIONES

$$y = f(x)$$

Rectas: $y = mx + n$ (Tema 4)

Parábolas: $y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} \text{Si } a>0\text{, la parábola está abierta hacia arriba} & \cup \\ \text{Si } a<0\text{, la parábola está abierta hacia abajo} & \cap \end{cases}$$

Coordenadas del vértice: $\begin{cases} x_v = \dfrac{-b}{2a} \\ y_v = a{x_v}^2 + bx_v + c \end{cases}$

Puntos de corte con los ejes: $\begin{cases} OX \Rightarrow y = 0 \\ OY \Rightarrow x = 0 \end{cases}$

Gráfica: Representamos el vértice
Representamos los puntos de corte con los ejes
Como será simétrica con respecto a x_v, acabamos de representarla

Hipérbolas: $y = \dfrac{a}{x-b}$

Puntos de corte con los ejes: $\begin{cases} OX \Rightarrow y = 0 \\ OY \Rightarrow x = 0 \end{cases}$

Asíntota vertical: $x = b$

Asíntota horizontal: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$

Gráfica: Buscamos y marcamos el punto de la asíntota vertical
Representamos los puntos de corte con los ejes
Calculamos y marcamos los siguientes límites:

$$\lim_{x\to b^+} f(x) \qquad \lim_{x\to b^-} f(x)$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) \qquad \lim_{x\to -\infty} f(x)$$

Con todas la anotaciones hechas, acabamos de representarla

Resuelve gráfica y analíticamente los siguientes sistemas de ecuaciones

1) $\begin{cases} y = x^2 - 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = 2x^2 - 3 \\ y = x + 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = 2x^2 + x - 1 \\ y = -5x + 1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} y = -3x^2 - 5 \\ y = 7x - 3 \end{cases}$

5) $\begin{cases} y = -x^2 - 3 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} y = 5x^2 + 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$

7) $\begin{cases} y = 4x^2 - 2x - 1 \\ y = x + 5 \end{cases}$

8) $\begin{cases} y = 3x^2 + 5x + 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

9) $\begin{cases} y = \dfrac{3}{x-2} \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

10) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x-5} \\ y = x + 4 \end{cases}$

11) $\begin{cases} y = \dfrac{-3}{x-2} \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

12) $\begin{cases} y = \dfrac{3}{x+2} \\ y = x + 1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} y = \dfrac{5}{3x+1} \\ y = x - 5 \end{cases}$

14) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{2x+6} \\ y = -4x + 2 \end{cases}$

15) $\begin{cases} y = \dfrac{-7}{5x-2} \\ y = -x + 3 \end{cases}$

16) $\begin{cases} y = \dfrac{1}{3x+3} \\ y = 3x + 1 \end{cases}$

17) $\begin{cases} y = x + 2x^2 \\ y = -5x + 1 \end{cases}$

18) $\begin{cases} y = 3 - 5x + x^2 \\ y = -2x + 2 \end{cases}$

19) $\begin{cases} y = 4 - 2x^2 \\ y = x - 1 \end{cases}$

20) $\begin{cases} y = 4x^2 + 2x - 5 \\ y = x + 3 \end{cases}$

21) $\begin{cases} y = 2 - \dfrac{5}{x+1} \\ y = x - 5 \end{cases}$

22) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x+6} + 1 \\ y = -3x + 1 \end{cases}$

23) $\begin{cases} y = \dfrac{-7}{x-2} + 2 \\ y = x + 3 \end{cases}$

24) $\begin{cases} y = \dfrac{-1}{x+3} - 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

25) $\begin{cases} y = 5x + 3x^2 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

26) $\begin{cases} y = 3 + 5x + x^2 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$

27) $\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = 3x - 1 \end{cases}$

28) $\begin{cases} y = -4x^2 + 2x - 5 \\ y = x + 1 \end{cases}$

29) $\begin{cases} y = 2 - \dfrac{-5}{2x+1} \\ y = x + 5 \end{cases}$

30) $\begin{cases} y = \dfrac{-2}{x-6} + 1 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$

31) $\begin{cases} y = \dfrac{1}{x+2} + 2 \\ y = x + 1 \end{cases}$

32) $\begin{cases} y = \dfrac{-1}{3x+1} + 3 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$

33) $\begin{cases} y = \dfrac{-5}{1-3x} \\ y = 5 - x \end{cases}$

34) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{6-2x} \\ y = -4x - 2 \end{cases}$

35) $\begin{cases} y = \dfrac{-7}{2-5x} \\ y = -x - 3 \end{cases}$

36) $\begin{cases} y = \dfrac{1}{3-3x} \\ y = -3x + 1 \end{cases}$

37) $\begin{cases} y = \dfrac{5}{2-x} \\ y = 5 - x \end{cases}$

38) $\begin{cases} y = \dfrac{-2}{6-x} \\ y = -x - 3 \end{cases}$

39) $\begin{cases} y = \dfrac{-2}{-2-5x} \\ y = x - 3 \end{cases}$

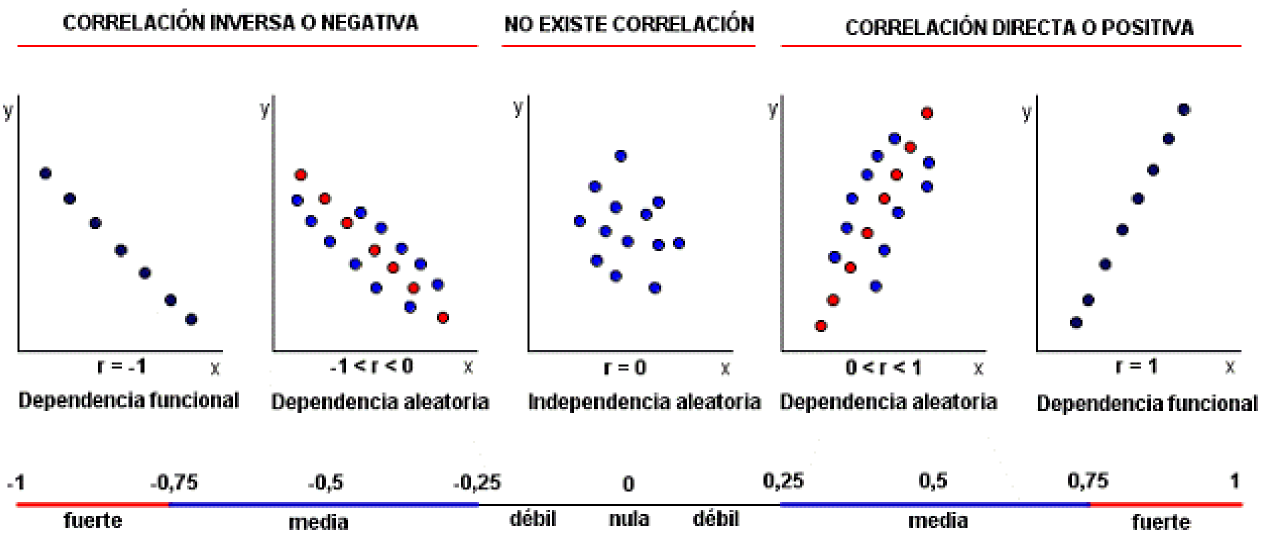
40) $\begin{cases} y = \dfrac{-1}{-3-2x} \\ y = -3x - 5 \end{cases}$

Tema 6

ESTADÍSTICA

Fórmulas de Estadística Descriptiva

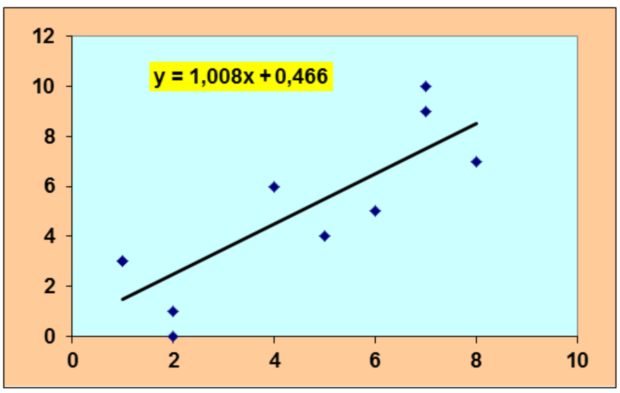
Media aritmética	Varianza
$\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$	$s_x^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{N}=\dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N}-\overline{x}^2$
Desviación típica	**Covarianza**
$s_x=+\sqrt{s_x^2}$	$S_{xy}=\sum_{i=1}^{N}\dfrac{\left(x_i-\overline{x}\right)\cdot\left(y_i-\overline{y}\right)}{N}=\sum_{i=1}^{N}\dfrac{x_i\cdot y_i}{N}-\overline{x}\cdot\overline{y}$
Coeficiente de correlación	**Recta de regresión**
$r=\dfrac{S_{xy}}{s_x\cdot s_y}$	$y-\overline{y}=\dfrac{S_{xy}}{s_x^2}\left(x-\overline{x}\right)$



EJERCICIOS

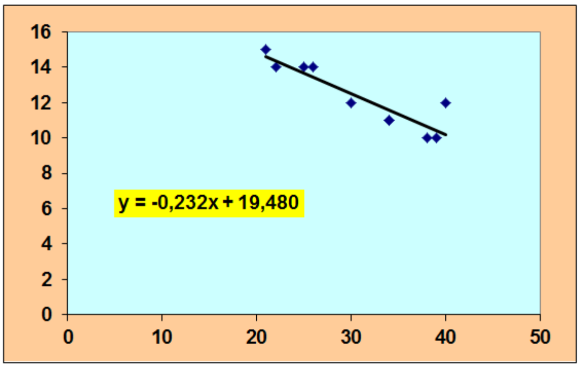
	DATOS	
	X	Y
1	2	0
2	8	7
3	1	3
4	6	5
5	7	9
6	2	1
7	5	4
8	1	3
9	7	10
10	4	6

Media X	4,300
Media Y	4,800
Varianza X	6,410
Varianza Y	9,560
Desv. Típica X	2,532
Desv. Típica Y	3,092
Covarianza	6,460
Coef. Correlación	0,825



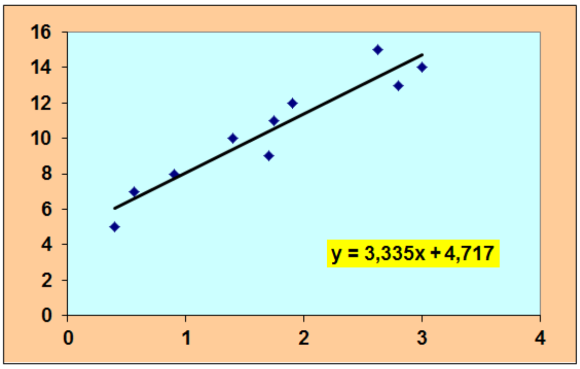
	DATOS	
	X	Y
1	22	14
2	34	11
3	40	12
4	25	14
5	39	10
6	21	15
7	30	12
8	26	14
9	34	11
10	38	10

Media X	30,900
Media Y	12,300
Varianza X	45,490
Varianza Y	3,010
Desv. Típica X	6,745
Desv. Típica Y	1,735
Covarianza	-10,570
Coef. Correlación	-0,903



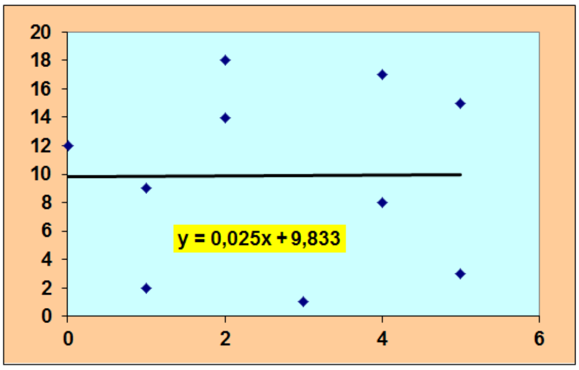
	DATOS	
	X	Y
1	0,56	7
2	1,75	11
3	2,8	13
4	1,4	10
5	0,9	8
6	3	14
7	1,7	9
8	2,63	15
9	1,9	12
10	0,4	5

Media X	1,704
Media Y	10,400
Varianza X	0,753
Varianza Y	9,240
Desv. Típica X	0,868
Desv. Típica Y	3,040
Covarianza	2,510
Coef. Correlación	0,952



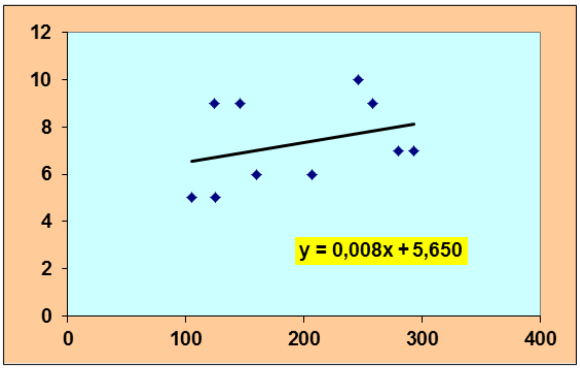
	DATOS	
	X	Y
1	2	14
2	5	3
3	4	17
4	3	1
5	1	9
6	0	12
7	5	15
8	4	8
9	2	18
10	1	2

Media X	2,700
Media Y	9,900
Varianza X	2,810
Varianza Y	35,690
Desv. Típica X	1,676
Desv. Típica Y	5,974
Covarianza	0,070
Coef. Correlación	0,007



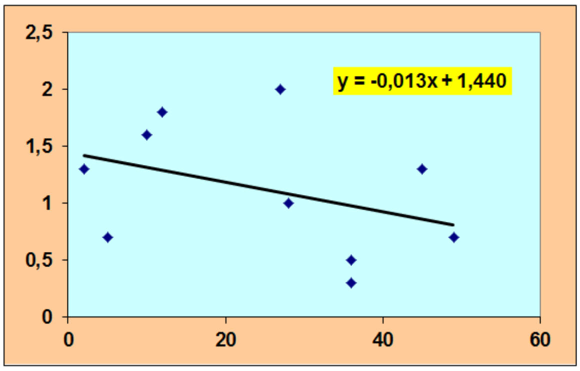
	DATOS	
	X	Y
1	125	5
2	258	9
3	160	6
4	246	10
5	293	7
6	105	5
7	146	9
8	280	7
9	207	6
10	124	9

Media X	194,400
Media Y	7,300
Varianza X	4520,640
Varianza Y	3,010
Desv. Típica X	67,236
Desv. Típica Y	1,735
Covarianza	38,380
Coef. Correlación	0,329



	DATOS	
	X	Y
1	12	1,8
2	36	0,5
3	49	0,7
4	2	1,3
5	45	1,3
6	36	0,3
7	28	1
8	10	1,6
9	27	2
10	5	0,7

Media X	25,000
Media Y	1,120
Varianza X	255,400
Varianza Y	0,296
Desv. Típica X	15,981
Desv. Típica Y	0,544
Covarianza	-3,270
Coef. Correlación	-0,376



Tema 7

PROBABILIDAD

PROBABILIDAD

1- Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres, la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños. Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños. 2/3

2- Dos hermanos salen de caza. El primero mata un promedio de 2 piezas cada 5 disparos y el segundo una pieza cada 2 disparos. Si los dos disparan al mismo tiempo a una misma pieza, ¿cuál es la probabilidad de que la maten? 7/10

3- Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades 1/2 y 1/5 de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de 1/10. Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen. 3/5

4- En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche las restantes son blancas. Hallar la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche:

a) Si se saca una papeleta. 8/20
b) Si se extraen dos papeletas. 62/95
c) Si se extraen tres papeletas. 46/57

5- En un centro escolar los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera inglés o francés. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudia inglés y el resto francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos y de los que estudian francés son chicos el 40%. Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica? 0,69

6- De una baraja de 48 cartas se extrae simultáneamente dos de ellas. Calcular la probabilidad de que:

a) Las dos sean copas. 0,059
b) Al menos una sea copas. 0,441
c) Una sea copa y la otra espada. 0,128

7- Ante un examen, un alumno sólo ha estudiado 15 de los 25 temas correspondientes a la materia del mismo. Éste se realiza extrayendo al azar dos temas y dejando que el alumno escoja uno de los dos para ser examinado del mismo. Hallar la probabilidad de que el alumno pueda elegir en el examen uno de los temas estudiados. 0,85

8- Una clase está formada por 10 chicos y 10 chicas; la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han elegido francés como asignatura optativa.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea chico o estudie francés? 0,75
b) ¿Y la probabilidad de que sea chica y no estudie francés? 0,25

9- Un taller sabe que por término medio acuden: por la mañana tres automóviles con problemas eléctricos, ocho con problemas mecánicos y tres con problemas de chapa, y por la tarde dos con problemas eléctricos, tres con problemas mecánicos y uno con problemas de chapa.

a) Hacer una tabla ordenando los datos anteriores.
b) Calcular el porcentaje de los que acuden por la tarde. 6/20
c) Calcular el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos. 11/20
d) Calcular la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana. 3/5

10- Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de:

a) Seleccionar tres niños. 0,214
b) Seleccionar exactamente dos niños y una niña. 0,482
c) Seleccionar por lo menos un niño. 0,964
d) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño. 0,268

11- Una caja contiene tres monedas. Una moneda es corriente, otra tiene dos caras y la otra está cargada de modo que la probabilidad de obtener cara es de 1/3. Se selecciona una moneda lanzar y se lanza al aire. Hallar la probabilidad de que salga cara. 0,611

12- Una urna contiene 5 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Se pide:

a) Probabilidad de que la segunda bola sea verde. 0,582
b) Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color. 0,418

13- En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, cuál será la probabilidad de que escogido al azar un alumno de la clase:

a) Juegue sólo al fútbol. 0,3
b) Juegue sólo al baloncesto. 0,2
c) Practique uno solo de los deportes. 0,5
d) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto. 0,4

14- En una ciudad, el 40% de la población tiene cabellos castaños, el 25% tiene ojos castaños y el 15% tiene cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:

a) Si tiene los cabellos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos castaños? 15/40
b) Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos castaños? 10/25
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos castaños? 50/100

15- En un aula hay 100 alumnos, de los cuales: 40 son hombres, 30 usan gafas, y 15 son varones y usan gafas. Si seleccionamos al azar un alumno de dicho curso:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y no use gafas? 45/100
b) Si sabemos que el alumno seleccionado no usa gafas, ¿qué probabilidad hay de que sea hombre? 5/14

16- Disponemos de dos urnas: la urna A contiene 6 bolas rojas y 4 bolas blancas, la urna B contiene 4 bolas rojas y 8 bolas blancas. Se lanza un dado, si aparece un número menor que 3; nos vamos a la urna A; si el resultado es 3 ó más, nos vamos a la urna B. A continuación extraemos una bola. Se pide:

a) Probabilidad de que la bola sea roja y de la urna B. 2/9
b) Probabilidad de que la bola sea blanca. 26/45

17- Un estudiante cuenta, para un examen con la ayuda de un despertador, el cual consigue despertarlo en un 80% de los casos. Si oye el despertador, la probabilidad de que realiza el examen es 0.9 y, en caso contrario, de 0.5.

a) Si va a realizar el examen, ¿cuál es la probabilidad de que haya oído el despertador? 36/41
b) Si no realiza el examen, ¿cuál es la probabilidad de que no haya oído el despertador? 5/9

18- En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar de la estantería y se lo lleva. A continuación otra persona B elige otro libro al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por B sea una novela? 237/316
b) Si se sabe que B eligió una novela, ¿cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por A sea de poesía? 60/237

19- Se supone que 25 de cada 100 hombres y 600 de cada 1000 mujeres usan gafas. Si el número de mujeres es cuatro veces superior al de hombres, se pide la probabilidad de encontrarnos:

a) Con una persona sin gafas. 0,47
b) Con una mujer con gafas. 0,48

20- En una casa hay tres llaveros A, B y C; el primero con cinco llaves, el segundo con siete y el tercero con ocho, de las que sólo una de cada llavero abre la puerta del trastero. Se escoge al azar un llavero y, de él una llave para abrir el trastero. Se pide:

a) ¿Cuál será la probabilidad de que se acierte con la llave? 0,1559
b) ¿Cuál será la probabilidad de que el llavero escogido sea el tercero y la llave no abra? 0,2917
c) Y si la llave escogida es la correcta, ¿cuál será la probabilidad de que pertenezca al primer llavero A? 0,4275